

نسخه مروارید فردوس



حکمت ریاضی

اصول علم حساب

از تألیفات

علیخان

شاگرد قدیم مدرسهٔ پولی تکنیک پاریس و مدرسهٔ
توپخانه و مهندس فونتن بلو
معلم توپخانه مدرسهٔ مبارکهٔ دار الفنون

چاپ طهران

جلدی پنج هزار دینار
بفروش میرسد





مقاله چهارم در اعداد اصم

مقاله پنجم در مقیاسها و قواعد نسبت و تناسب

بسم الله الرحمن الرحیم

اصول علم حساب

مقالهٔ اول در اعداد صحاح

۱ — فصل اول در تسمیه

چندین شئ مشخص متحد را میتوان بدو طریق
ملاحظه نمود یا فرداً فرداً و یا من حیث المجموع
هریک از آن اشیا را بالانفراد واحد گوئیم و تمام آنها را من
حیث المجموع **عدد صحیح** نامیم و گاه واحد را
نیز عدد خوانیم

۲ — چون بر عدد مفروضی یک واحد اضافه کنیم عدد
ما بعد آن حاصل میگردد و بنا بر این سلسلهٔ اعداد صحاح نامتناهیست

۳ — عدد بر دو نوع است **مُقیّد و مطلق**
عدد مقید آنستکه نوع آحاد آن معین شده باشد مثل
پنج روز و سه تومان و یازده نفر
عدد مطلق آنستکه نوع آحاد آن معین نشده باشد مثل پنج و سه



اصول علم حساب

ویازده

۴ — علم حساب علم اعداد است و جزء عمدهٔ اصلی این علم ذکر اصول اعمالی است که میتوان در اعداد بجا آورد

قبل از شروع بذکر اعمال باید سلسلهٔ نامتناهی (۲) اعداد صحاح را نامید و نوشت

شمار

۵ — مجموع قواعدیکه باعانت آنها میتوان بوجه اسهل سلسلهٔ نامتناهی اعداد صحاح را نامید و نوشت شمار گوئیم پس شمار بر دو نوع است

لفظی و خطی

شمار لفظی قانونی است که باعانت آن میتوان باعدهٔ قلیلی از الفاظ سلسلهٔ نامتناهی اعداد را نامید

شمار خطی قانونی است که باعانت آن میتوان باعدهٔ قلیلی از علامات سلسلهٔ نامتناهی اعداد را نوشت

علامات مستعمله شمار خطی را ارقام گوئیم و عدهٔ آنها را بنیان شمار خوانیم

در این رساله گفتگو نمیکنیم جز از شماریکه معمول به بیشتر از طوایف روی زمین و بنیان آن ده است و آنرا شمار اعشاری گوئیم



۴ — اسامی اعداد ابتداء از اول سلسلهٔ طبیعی آنها از این قرار است

یک دو سه چهار پنج شش هفت هشت نه

عددی ما بعد که در شمار اهمیّت مخصوص دارد موسوم است

به ده یا عشره

وآنرا واحد مرتبهٔ دوم نیز گویند

عددی که حاصل میشود از اجتماع ده عشره موسوم است

به صد یا مائة

وآنرا واحد مرتبهٔ سیم نیز خوانند

بالاخره چون از ده واحد هر مرتبه عددی تألیف نمائیم واحد مرتبه بالاتر صورت می بندد واسامی آنها را در جدول ذیل ثبت نموده ایم

یک	یا واحد	واحد مرتبه اول	
ده	عشره	واحد مرتبه دوم	ده واحد
صد	مائة	واحد مرتبه سیم	ده عشره
هزار	الف	واحد مرتبه چهارم	ده مائة



ده هزار	عشرة الف	واحد مرتبه پنجم	ده الف
صد هزار	مائة الف	واحد مرتبه ششم	ده عشرات الف
هزار هزار	دو کرور	واحد مرتبه هفتم	ده مآت الف
ده میلیون	عشرات میلیون	واحد مرتبه هشتم	ده آحاد میلیون
صد میلیون	مآت میلیون	واحد مرتبه نهم	ده عشرات میلیون
بیلیون	آحاد بیلیون	واحد مرتبه دهم	ده مآت میلیون
ده بیلیون	عشرات بیلیون	واحد مرتبه یازدهم	ده آحاد بیلیون
صد بیلیون	مآت بیلیون	واحد مرتبه دوازدهم	ده عشرات بیلیون
تریلیون	آحاد تریلیون	واحد مرتبه سیزدهم	ده مآت بیلیون
ده تریلیون	عشرات تریلیون	واحد مرتبه چهاردهم	ده آحاد تریلیون
صد تریلیون	مآت تریلیون	واحد مرتبه پانزدهم	ده عشرات تریلیون
کادریلیون	آحاد کادریلیون	واحد مرتبه شانزدهم	ده مآت تریلیون

وغیره وغیره

۷ — بواسطه ملاحظه آحاد مراتب مختلفه بجهة سهل نمایاندن تمام اعداد بدست می‌آید
در حقیقت فرض میکنیم عدد بزرگتر از تریلیون آحاد آن عدد یک واحد این واحد

مرتبهٔ ثانی یعنی یک یا چندین عشره تألیف میکنیم و اگر آحادی چند
باقی ماند عدهٔ آنها کمتر خواهد بود از ده و بنابراین عدد مذکور مرکب
خواهد بود از عشرات چند با ضمّ چندین واحد که عدهٔ آنها کمتر است از ده
حال اگر عدهٔ عشرات از نه تجاوز نموده باشد از تألیف آنها یک یا چندین واحد مرتبهٔ
ثالث یعنی یک یا چندین مأة تألیف میکنیم و اگر عشرات چند باقی ماند
عدهٔ آنها کمتر خواهد بود از ده و بنابراین عدهٔ مذکور مرکب خواهد بود
از مأتی چند با ضمّ چندین عشره که عدهٔ آنها کمتر است از ده
و چون بهمین طریق مداومت نمائیم معلوم میشود که

هر عددی مرکب است از آحاد مراتب مختلفه و عدهٔ هر یک از آنها کمتر است از ده

بنا بر این بجهت نامیدن هر عدد کافیست آحاد مرتبهٔ مختلفهٔ آنرا تعداد
نمائیم مثلاً همین قدر که گوئیم عددی مرکب است از سه مأة الف و نه مأة
و چهار عشره و دو واحد چنین عدد معین خواهد بود

۸ ـــ در نمرهای سابق سعی نمودیم که قانون کلی شماره را توضیح نمائیم و بجهت
تکمیل شمار لفظی کافی است بعض تفاصیل متعلقه بآنرا ذکر کنیم



اصول علم حساب

عشرات متوالیه ابتداء از ده و عشره الی نه عشره مابین اسامی موسومند

بیست سی چهل پنجاه شصت هفتاد هشتاد نود

بجهت نامیدن اعداد واقعه مابین ده و صد قاعده آنست که بتوالی عدد عشرات و عدد آحاد بسیط آن عدد را ذکر نمائیم مثلا چهارده و هشتاد و پنج و نود و شش و چهل و غیره عبارتند از اعداد دیگر ترتیب مرکبند از یک عشره و چهار واحد و از هشت عشره و پنج واحد و از نه عشره و شش واحد و از چهار عشره و غیره

در این موقع مناسبست ذکر کنیم که اسامی ذیل

یازده دوازده سیزده پانزده شانزده و هفده و هیجده و نوزده

بجای این اسامی متداول شده اند

یک و ده دو و ده سه و ده پنج و ده شش و ده

هفت و ده هشت و ده نه و ده

مآت متوالیه ابتدا از دو مائه الی نه مائه بااین اسامی موسومند

دویست سیصد چهارصد پانصد ششصد هفتصد هشتصد نهصد

بجهت نامیدن اعداد واقعه مابین صد و هزار قاعده آنست که بتوالی عدد مآت و عدد عشرات و عدد آحاد بسیط آن را ذکر نمائیم مثلا چهار صد و شصت و پنج

مرکبست از سه ماة و شش عشرة و پنج واحد

اعداد واقعه مابین هزار و بیلیون ممکن است مرکب باشند از
مأت الف و عشرات الف و آحاد الف و از مأت و عشرات و آحاد پس ابتداء عدد
اجزاء الوف آنرا ذکر میکنند و پس از ان عدد کوچکتر از الف آنرا مثلا
عددیکه مرکب باشد از هفت مأت الف و پنج عشرات الف و دو آحاد
الف و سه ماة و هفت عشرة و پنج واحد موسوم خواهد بود به
هفتصد و پنجاه و دو هزار و سیصد و هفتاد و پنج واحد

اعداد واقعه مابین میلیون و بیلیون و مابین بیلیون و تریلیون
وغیره را بهمین طریق تلفظ می نمایند

۹ ــ از قاعدهٔ شمار لفظی نتیجه میشود که در واقع هر عددی مرکبست از آحاد
مراتب اول و چهارم و هفتم و دهم و غیره و این آحاد یعنی
یك هزار میلیون بیلیون تریلیون کاتریلیون
کنطیلیون سکسطیلیون وغیره

موسومند به **آحاد اصلیه یا طبقات**

طبقات در شمار لفظی اهمیت مخصوصه دارند چون آن است



اصول علم حساب

که هر یک از آنها اسم مخصوص داده شده ولی ملاحظهٔ این اصطلاحات در شمار خطی که مبنای قواعد حسابیه است فائده ندارد

شمار خطی

۱۰ــ قاعدهٔ کلیه که در نمرهٔ (۷) ذکر نمودیم کافیست محض اینکه با ده علامت بتوانیم تمام اعداد را بنویسیم و این علامات را که ارقام گوئیم بر دو نوعند نه عدد آنها را ارقام با معنی گویند و صورت آنها از این قرار است

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت	نه

رقم دهم

موسوم است بر صفر و مینماید فقدان آحاد را

بجهة نوشتن عدد بزرگتر از ۹ باید چنانچه در نمرهٔ (۷) مذکور شد تصور کنیم که آنرا با آحاد مراتب مختلفه تجزیه نموده ایم در این صورت رقمی را که نمایش آحاد مرتبه بالاتر است می نویسیم و در سمت یمین آن رقمی را که نمایش آحاد مرتبه بلاواسطه تحتانی است مرقوم میداریم و اگر عدد



مفروض دارای آحاد این مرتبه نباشد بجای آن صفر وضع مینمائیم و اگر عدد مفروض دارای آحاد مراتب بالاتر از مرتبه دوم باشد بهمین طریق پیش میرویم و از این قرار معلوم میشود که بجهة نوشتن اعداد کافیست بتوالی ابتدا از یسار به یمین آحاد مراتب مختلفه عدد مفروض را مرقوم نمائیم مشروط بر اینکه از آحاد اعلی شروع نموده بجای هر مرتبه که مفقود باشد صفر وضع کنیم

مثال — ۱ — آحاد مرتبه دوم و سیم و غیره را چنین مینمایند

۱۰ ۱۰۰ ۱۰۰۰ وغیره

۲ — عددی را که مرکب باشد از چهارماة و هفت عشرة و هشت واحد چنین مینویسند

۴۷۸

۳ — عددی را که مرکب باشد از هفت عشرات الف و چهار مائه و دو واحد چنین مینویسند

۷۰۴۰۲

پس معلوم میشود که شماره خطی مبنی است بر قاعده نمره (۷) و قرارداد ذیل هر رقمی که نوشته شود در سمت یمین رقم دیگر مینماید آحاد مرتبه بلاواسطه تحتانی آن رقم را



اصول علم حساب

بطور مجمل قواعد ذیل مبنا شمارند و باعانت آنها میتوان هر عدد را که بارقام نوشته شده باشد تلفظ نمود و بالعکس هر عددی را اگر بر وفق شمار لفظی تلفظ نموده باشند بارقام نوشت

قاعده بجهة تلفظ عددیکه بارقام نوشته شده باشد

۱۱ — **قاعدهٔ اول** — بجهة خواندن عددی که بیش از سه رقم نداشته باشد قاعده آنستکه ابتدا از سمت یسار شروع کنیم تلفظ ارقام با معنی آن عدد را مشروط بر آنکه اسم آحاد هر رقم را نیز ذکر نمائیم مثلا عدد ۴۳۷ چهار صد و سی و هفت و عدد ۳۷۵ را سیصد و هفتاد و پنج تلفظ میکنند

۱۲ — **قاعدهٔ دوم** — بجهة خواندن عددی که بیش از سه رقم داشته باشد باید آنرا ابتدا از سمت یمین بقطعات سه رقمی قسمت نمود و ممکن است که آخرین قطعه سمت یسار یک یا دو رقم باشد پس از آن هر یک از قطعات را مثل اینکه تنها نوشته شده باشد خوانده اسم مرتبهٔ آحاد رقم اخیر آنرا ذکر میکنیم



چون عددی بر وفق قاعدهٔ فوق بقطعات سه رقمی قسمت کردید
قطعهٔ اوّل سمت یمین طبقهٔ آحاد بسیط است و قطعهٔ
ثانی طبقهٔ الوف و قطعهٔ ثالث طبقهٔ میلیون و غیره
مثلاً عدد ۲۳۷۰۴۰۲۰۳ را باید دویست و سی
و هفت میلیون و چهل هزار و دویست و سه واحد خواند

قاعده بجهت نوشتن عددی که بلفظ ادا شده باشد

۱۳ — بجهت نوشتن عددی که بر وفق شمار لفظی بلفظ
شده باشد قاعده آنستکه ابتدا از سمت یسار ترتیب عدد
احاد طبقات مختلفه آنرا بتوالی یک بیک بنویسیم
هر یک از این طبقات ابتدا از طبقهٔ ثانی سمت یسار باید دارای
احاد عشرات مئات باشد و بنابراین در سمت یسار هر طبقه که بیش
از دو رقم نداشته باشد یک صفر وضع میکنیم و در سمت یسار آنکه
بیش از یک رقم ندارد دو صفر و اگر در عدد مفروض یکی از
طبقات بکلّی مفقود باشد بجای آن سه صفر قرار میدهیم



مثلا عددسی میلیون و بیست و هفت میلیون و سیصد و هفت واحد را چنین نویسند

۳۰۰۲۷۰۰۰۳۰۷

فصل دوم

در جمع و تفریق

جدول

۱۴ــ مقصود از جمع چندین عدد تعیین عددی است که بتنهائی شامل جمیع آحاد آن چند عدد مفروض باشد چنین عدد که نتیجهٔ عمل جمع است مجموع یا میزان و یا حاصل جمع نامند

عمل جمع را بعلامت + می نامند که بعلاوه تلفظ می شود

مثلا ۴+۸ را باید ۸ بعلاوه ۴ تلفظ نمود

حالات مخصوص جمع

۱۵ــ جمع دو عدد یک رقمی و جمع چند عدد یک رقمی با عدد یک رقمی اشکالی ندارد و باید متعلم بواسطهٔ مشق و عادت حاصل این نوع جمع ها را ابدون تامل بیابد

مثلاً بلافاصله بگوئید ۸ و ۴ دوازده یا ۸ و ۶ و ۴ هجده دو
پس کافیست همین قدر حاصل کلیه جمع را ایجاد کرده نمائیم

حالت کلیه جمع

قاعده

۱ — قاعده — بجهت جمع بین چند عدد قاعده آنستکه آنها را
در ردیف ستونهای قائم تحت یکدیگر بنویسیم بطریقی که آحاد آنها تحت
به محاذات یکدیگر واقع شوند یعنی آحاد در تحت آحاد و عشرات
در تحت عشرات و مآت در تحت مآت وغیره پس از آن خطی افقی در تحت
آنها رسم کنیم و از سمت یمین شروع نموده آحاد ستون اول را با
یکدیگر جمع نمائیم اگر حاصل از نه تجاوز نکرد بعینه آنرا در تحت خط
بنویسیم و اگر تجاوز کرد آحاد آنرا نوشته عشرات را محفوظ داریم
و بستون ما بعد بیفزائیم و این عمل را مکرر کنیم تا جمیع ستونها بترتیب جمع
شوند و اگر در ستون اخیر علاوه بر آحاد عشرات هم موجود باشد هر دو
را یکمرتبه نویسیم چون حاصل جمع ستونی دارای آحاد نباشد و تنها
عشرات فقط داشته باشد صفری بجای آحاد وضع میکنیم و عشرات را
بستون ما بعد اضافه مینمائیم



مثال بجهة جمع اعداد ۶۹۵۱۷ و ۷۹۴۶ و ۵۹۵۷ و ۳۱۵ صورت عمل چنین میشود

۶۹۵۱۷
۷۹۴۶
۵۹۵۷
۳۱۵
―――――
مجموع ۸۳۱۸۵

۱۷ ـــ تساوی بین دو عدد را باین علامت = مینمایند و تلفظ میکنند مساوی مثلا

۸ + ۴ = ۱۲

تلفظ میشود ۸ بعلاوه ۴ مساوی ۱۲ و مینماید که ۱۲ حاصل جمع دو عدد ۸ و ۴ است.

در تفریق

هدی

۱۸ ـــ تفریق عملی است که بواسطهٔ آن از عدد مفروضی آنقدر انفصال آن حد معین میکنیم

که در عدد مفروض دیگر موجود است نتیجهٔ این عمل را **باقی** یا **تفاضل**
یا **حاصل تفریق** گویند و گاه آنرا **اختلاف** مابین دو عدد
یا فضل بزرگتر بر کوچکتر نامند

واضح است که در این صورت عدد بزرگتر مرکب خواهد بود از آحاد
عدد کوچکتر و آحاد باقی و بعبارت اخری عدد بزرگتر مجموع عدد
کوچکتر و تفاضل خواهد بود

پس میتوان تفریق را بطریق ذیل نیز تعریف کرد
هرگاه معلوم باشد حاصل جمع دو عدد و یکی از آنها مقصود از تفریق تعیین عدد دیگر است
حاصل جمع معلوم یعنی عدد بزرگتر را **مفروق منه** یا **مفروق عنه**
گویند و عدد کوچکتر را **مفروق** نامند
عمل تفریق را بعلامت — می نمایند که **منها** تلفظ میشود
مثلا ۸−۴ را باید ۸ منهای ۴ تلفظ نمود

حالات مخصوصهٔ تفریق

۱۹ — تفریق عدد یک رقمی از عدد یک رقمی و تفریق عدد
یک رقمی از عدد چند رقمی اشکالی ندارد و باید متعلم

بواسطه مشق و عادت حاصل این نوع تفریقها را بدون تامل (انجام دهد)
مثلا بلا فاصله بگوید ۳ از ۹ شش و یا ۴ از ۱۲ هشت
پس کافیست همین قدر قاعده کلیه تفریق را در اینجا ذکر نمائیم

حالت کلیه تفریق

۲۰ — **قاعده** — بجهت تفریق عددی از عدد دیگر قاعده
آنستکه عدد کوچکتر را در تحت عدد بزرگتر بطریقی نویسیم که
ارقام آنها مختلفه به محاذات یکدیگر واقع شوند پس از آن خطی افقی
در تحت آنها رسم کنیم و از سمت یمین شروع نموده هر یک از ارقام
عدد تحتانی را از رقم نظیر آن تفریق نمائیم
اگر یکی از ارقام عدد فوقانی کوچکتر باشد از رقم نظیر خود در این
صورت بر آن رقم ده واحد اضافه نمایند و چون نوبت بنوشتن تالی
رسند یک واحد بر رقم عدد تحتانی بیفزایند

۲۱ — **قاعده دیگر** — پس از نوشتن عدد مفروق منه و مفروق و رسم خط
افقی بعمل جمع تفحص میکنند رقمی را که چون بر هر رقم مفروق اضافه نمایند رقم
نظیر آن در مفروق منه حاصل گردد



اگر یکی از ارقام مفروق بزرگتر باشد از رقم نظیر خود در مفروق منه در اینصورت رقمی
تصحیح میکنند که چون ده بر رقم مفروق افزوده شود آنگاه مجموع مطابق باشد با رقم
مفروق منه و چون نوبت بسنجش ما بعد رسید یکواحد بر رقم مفروق بیفزاید

مثال — بجهت تفریق عدد ۱۷۶۳۸۲ از ۲۰۵۶۳۴ صورت عمل چنین میشود

مفروق منه	۲۰۵۶۳۴
مفروق	۱۷۶۳۸۲
تفاضل	۲۹۲۵۲

۲۰۵۶۳۴ − ۱۷۶۳۸۲ = ۲۹۲۵۲

در امتحان جمع و تفریق

۲۲ — تعریف — امتحان هر عمل عملی است ثانوی که بجای آورند محض تحقیق صحت عمل اول

امتحانات جمع

۲۳ — امتحان اول — یکی از امتحانات جمع اینست که عمل جمع را بعکس ترتیب اول تکرار نمائیم یعنی اگر عمل را از تحت بفوق بجا آورده‌ایم از فوق بتحت مکرر نمائیم و یا بالعکس



۲۴ --- امتحان ثانی --- اگر یکی از اعداد مفروضه را کنار گذارند بقیه را با یکدیگر جمع کنیم و این حاصل جمع جزء را از حاصل جمع کل تفریق نمائیم باید عددی که کنار گذارده ایم باقی ماند

و یا آنکه عددی را که کنار گذارده ایم از حاصل جمع کل تفریق نمائیم تا همان حاصل جزء بدست آید

مثال

۹۵۰۷
۹۳۹
۵۰۲۸

حاصل جمع کل ۱۵۴۷۴

مجموع کل ۱۵۴۷۴	۹۵۰۷
مجموع جزء ۱۰۴۴۶	۹۳۹
۵۰۲۸	۱۰۴۴۶

مجموع کل ۱۵۴۷۴
۵۰۲۸
مجموع جزء ۱۰۴۴۶

۲۵ --- امتحان اول --- یکی از امتحانات تفریق آنست که اگر باقی را بر مفروق اضافه کنیم باید مفروق منه حاصل گردد

۲۶ —— امتحان ثانی —— چون باقی را از مفروق منه نقصان نمائیم مفروق حاصل گردد

مثال

مفروق منه	۲۰۵۶۳۴	
مفروق	۱۷۶۳۸۲	
	۲۹۲۵۲	حاصل تفریق

۱۷۶۳۸۲	۲۰۵۶۳۴
۲۹۲۵۲	۲۹۲۵۲
۲۰۷۶۳۴	۱۷۶۳۸۲

۲۶ —— تنبیه —— ممکن است عملی را امتحان کنیم و درست بنظر آید و حال آنکه غلط باشد و از اینقرار نباید اعتماد کلی بامتحان نمود

در متمم عددی یا حسابی

۲۷ —— متمم عددی یا حسابی هر عدد عدد ثانوی است که چون آن را بر عدد اول اضافه نمائیم



مساوی یک واحد مرتبه بلا واسطه فوقانی آن عدد گردد

مثلاً متمم حسابی ۴۷۸۲۹ عددی است که چون بر آن

اضافه نمائیم حاصل مساوی ۱۰۰۰۰۰ گردد

پس بجهت تعیین متمم حسابی عدد مفروض کافیست آنرا از واحدی

که بعده ارقام آن عدد صفر داشته باشد تفریق نمائیم

۱۰۰۰۰۰
۴۷۸۲۹
۵۲۱۷۱

از اینقرار بجهت تعیین متمم رقم اول سمت یمین عدد

را از ده وسایر آن را از ۹ تفریق میکنیم

اگر عدد منتهی با صفار شده باشد متمم آن نیز منتهی بهمان

عده صفر خواهد بود مثلاً متمم ۴۷۸۲۹۰۰ عدد

۵۲۱۷۱۰۰ است

پس بطور عمل باید تمام ارقام عدد مفروض را از ۹ کم کرد بجز آخرین رقم بامعنی

سمت یمین که از ده کم میکنند و پس از آن در یمین متمم بعده اصفار

عدد مفروض صفر قرار می دهند



بواسطهٔ استعمال متمم عددی میشود تفریق را بجمع بدل نمود و از این قرار که بجهة تفریق عددی از عدد دیگر متمم عدد کوچکتر را بر عدد بزرگتر می افزائیم و از حاصل یک واحد مرتبهٔ بلا واسطهٔ فوق عدد کوچکتر را نقصان مینمائیم

مثال ۹ بجای اینکه ۶۷۲۳۰۴ از ۱۵۴۹۸۲۳ تفریق کنیم کافی است بر عدد اخیر ۳۲۷۶۹۶ را بیفزائیم و از ستون میلیون یک واحد کم کنیم

۱۵۴۹۸۲۳	۱۵۴۹۸۲۳
۶۷۲۳۰۴	۳۲۷۶۹۶
۸۷۷۵۱۹	۱۸۷۷۵۱۹

۲۸ — فصل ششم را بذکر این خاصیت ختم میکنیم هرگاه بر مفروق و مفروق منه عددی اضافه نمائیم و یا از آنها عددی نقصان کنیم در تفاضل تغییری عارض نمیشود

۱۴۹	۱۴۹+۱۵=۱۶۴
۷۸	۷۸+۱۵=۹۳
۷۱	۷۱

فصل هفتم

در ضرب عدد صحیح

۲۹ — مقصود از ضرب دو عدد تعیین عددیست

ثالثی است که مرکب باشد از عدد اول بعده که در عدد ثانی موجود است
عدد اول را مضروب فیه و عدد ثانی را مضروب و نتیجه عمل را حاصل
ضرب گویند مضروب و مضروب فیه را عوامل حاصل ضرب نیز خوانند
مثلا مقصود از ضرب نمودن ۵ در ۳ تعیین عددی است چون ۱۵
که مرکب شده باشد از آنقدر مرتبه ۵ که در عدد سه واحد موجود است
و بعبارت اخری حاصل ۱۵ مساوی است به مجموع سه عدد مساوی به ۵
علامت ضرب × است که تلفظ میشود ضرب در مثلا ۳×۵ را
باید ۵ ضرب در سه تلفظ نمود

۳۵ — در ضرب دو عدد صحیح سه حالت ممکن است اتفاق افتد
حالت اول ضرب عدد یک رقمی است در عدد یک رقمی و آن را ضرب
مفرد در مفرد نیز گویند
حالت دوم ضرب عدد یک رقمی است در عدد چند رقمی و آنرا
ضرب مفرد در مرکب نیز خوانند
بالاخره حالت سیم ضرب عدد چند رقمی است در عدد
چند رقمی و آنرا ضرب مرکب در مرکب نیز نامند



حالت اوّل

۳۱ — بجهت تعیین حاصل ضرب دو عدد یک رقمی در یکدیگر متون جدول ذیل را که منسوب به فیثاغورث حکیم و معروف است به جدول آحاد در آحاد استعمال نموده ولی بجهت سهولت محاسبات متعلمین حاصل ضرب اعداد یک رقمی را دو بدو که تا ششم باشد

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷
۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵
۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴
۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳
۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲
۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱

حال بجهت بیان طرز استعمال این جدول مثالی ذکر میکنیم

فرض میکنیم که مقصود تعیین حاصل ضرب ۶ در ۷ باشد در این صورت عامل ۶ را در ستون قائم سمت یسار تعیین نموده در روی سطر افقی سیر میکنیم تا به ستون ششم یعنی آن ستونی که در منتهای فوقانی آن عدد ۶ نوشته شده است و در آنجا عدد ۴۲ که حاصل ضرب مطلوب است نوشته شده بعبارة اخری حاصل ضرب مطلوب را



در ملتقای ستون ششم و سطر هفتم می یابیم

حالت دویم

۳۲ — حالت دویم ضرب چنانچه مذکور شد ضرب عدد یک رقمی است در عدد چندین رقمی

قاعده — بجهت ضرب عدد یک رقمی در عدد چند رقمی قاعده آنست که مضروب فیه یک رقمی را در تحت مضروب بنویسیم و خطی افقی در تحت آنها رسم نموده ابتدا از سمت یمین رقم اول مضروب را در مضروب فیه ضرب نمائیم اگر حاصل از ۹ تجاوز ننموده بعینه آنرا در تحت خط می نویسیم و اگر از ۹ تجاوز کرد آحاد آنرا در تحت خط بجای آحاد عوامل بنویسیم و عشرات آنرا محفوظ داریم بجهت افزودن بحاصل ضرب رقم ما بعد پس از آن مضروب فیه را در رقم دوم مضروب ضرب میکنیم و آنچه محفوظ داشتیم بر این حاصل می افزائیم و چنانچه در باب رقم اول مضروب ذکر شد آحاد این حاصل را نوشته عشرات آنرا محفوظ می داریم و این عمل را مکرر میکنیم تا تمام ارقام مضروب در مضروب فیه ضرب شود

مثال

۲۰۹۶
۷
―――――
۱۴۶۷۲



حالت سیم

۳۳ — حالت سیم ضرب عدد چند رقمی است در عدد چند رقمی

قاعده — مضروب فیه را در تحت مضروب می‌نویسیم و خطی افقی در تحت آنها رسم نموده ابتدا از سمت یمین رقم اوّل مضروب فیه را موافق حالت دوّم در تمام ارقام مضروب ضرب نموده و حاصل را در تحت خط افقی می‌نویسیم پس از آن رقم ثانی مضروب فیه را در تمام ارقام مضروب ضرب می‌کنیم ابتدا از محاذی مرتبه آن رقم حاصل ضرب جزء را در تحت حاصل اوّل می‌نویسیم و این عمل را تکرار می‌کنیم تا تمام ارقام مضروب فیه متوالیاً در مضروب ضرب شوند پس از آن در تحت آن حاصل ضربهای جزء خط افقی دیگر رسم نموده آنها را با یکدیگر جمع می‌کنیم تا حاصل ضرب کل بدست آید

اگر یکی از ارقام مضروب فیه صفر باشد در عملیات آنرا ضرب نمی‌کنیم بشرط اینکه حاصل ضرب رقم پس از آن آنرا محاذی خود آن رقم می‌نویسیم

مثال

```
  ۲۵۹۶
   ۳۴۷
------
 ۱۸۱۷۲
۱۰۳۸۴
۷۷۸۸
------
۹۰۰۸۱۲
```



حالت مخصوصه

۳۴ —— اگر عوامل ضرب منتهی باصفار شده باشند نخست آنهارا نفی کنیم و عمل ضرب را در ارقام باقی آن دو عامل بجا می‌آوریم و پس از آنکه حاصل ضرب بدست آمد بعده اصفار مضروب و مضروب فیه در سمت یمین حاصل ضرب صفر قرار میدهیم

مثال ——

```
  ۷۶۹۰۰۰
    ۴۵۰۰
--------
  ۳۸۴۵
 ۳۰۷۶
--------
۳۴۶۰۵۰۰۰۰۰
```

در تعیین عده ارقام حاصل ضرب

۳۵ —— عده ارقام حاصل ضرب مساوی است بمجموع عده ارقام مضروب و مضروب فیه یا یکواحد کمتر

اگر حاصل ضرب آخرین رقم یسار دو عامل دارای دو رقم باشد در این صورت عده ارقام حاصل ضرب مساوی است بمجموع عده ارقام دو عامل و اگر حاصل ضرب این دو رقم مرکب از یک رقم باشد عده ارقام حاصل ضرب یکواحد از مجموع عده ارقام دو عامل کمتر است

مثلا

عده ارقام حاصل ضرب ۵۶۰۷ در ۹ هفت است و عده ارقام حاصل



ضرب ۲۰۹۶ در ۳۴۱ شش

متعلقات ضرب

۳۶ — هرگاه بخواهیم عددی را در حاصل جمع چند عدد دیگر ضرب کنیم میتوانیم آن عدد را در هر یک از اجزاء جمع ضرب نموده حاصل ضربهای جزء را با یکدیگر جمع نمائیم

$$۴(۵+۳)=۴\times۵+۴\times۳$$

علامت (   ) که معروف به پرانتز است وقتی استعمال میشود که مقصود نمودن نتیجه عملی باشد و اگر در خارج این علامت رقمی نوشته شود باید آن را در حاصل عمل پرانتز ضرب نمود مثلا در مثال فوق $۴(۵+۳)$ می‌نماید که باید عدد ۴ را در مجموع دو عدد ۵ و ۳ ضرب نمود.

۳۷ — هرگاه بخواهیم عددی را در تفاضل دو عدد ضرب کنیم کافی است آن عدد را در هر یک از اجزاء تفریق ضرب نموده حاصل ضربهای جزء را با یکدیگر تفریق نمائیم

$$۴(۵-۳)=۴\times۵-۴\times۳$$

۳۸ — هرگاه بخواهیم دو حاصل جمع را در یکدیگر ضرب کنیم میتوانیم هر یک از اجزاء حاصل جمع اول را جدا جدا در هر یک از اجزاء حاصل جمع دوم ضرب کنیم و حاصل ضربهای جزء را با یکدیگر جمع نمائیم



$$۲\times۳ + ۲\times۵ + ۴\times۳ + ۴\times۵ = (۳ + ۵)(۲ + ۴)$$

۳۹ — حاصل ضرب چندین عامل عبارت از نتیجه ایست که بدست می اید در حالتیکه عامل اول را در عامل ثانی ضرب نمائیم و بعد حاصل این حاصل را در عامل ثالث ضرب کنیم و پس از آن حاصل جدید را در عامل رابع و غیره مثلاً حاصل ضرب ۹ ، $۴\times۵\times۶\times۷$ بدست می آید وقتیکه ۷ را در ۶ ضرب کنیم و حاصل ضرب ۴۲ را در ۵ و حاصل جدید را در ۴

فصل چهارم
در تقسیم
عدد

۴۰ — تقسیم عملی است که بواسطه آن تعیین میکنند عدد تعداد دفعات را که عدد مفروضی شامل عدد مفروض دیگر است اولین عدد مفروض را مقسوم و دومین را مقسوم علیه و نتیجه عمل را خارج قسمت نامند علامت تقسیم : است و بلفظ تقسیم بر تلفظ میشود مثلاً ۴ : ۱۲ تلفظ میشود دوازده تقسیم بر چهار

۴۱ — عمل تقسیم را میتوان بواسطه تفریق بجای آورد مثلاً برای تقسیم چهارده بر چهار میتوان ۴ از ۱۴ تفریق نمود پس از آن از باقیمانده ۱۰ ، ۴ دیگر را انفصال کرد و بالاخره از فاضل ۶ نوبت



دیگر ۶ را کم کرد تا باقی مانده ۲ بدست آمد و بدین طریق دیده میشود

که از مقسوم ۴۳ سه مرتبه مقسوم علیه ۶ تفریق شده و ۲ باقی مانده

پس خارج قسمت تقسیم عدد ۳ و باقی مانده تقسیم ۲ است

۴۲ — بنابر آنچه مقدم شد تفاضل ما بین مقسوم و حاصل ضرب

مقسوم علیه در خارج قسمت باید کمتر از مقسوم علیه باشد

در صورتیکه این تفاضل صفر باشد تقسیم بدون باقی است و در این صورت

گویند مقسوم قابل تقسیم بر مقسوم علیه است و یا مقسوم علیه عاد

مقسوم است در هر حالت تفاضل مذکور را باقی مانده تقسیم

نامند پس معلوم میشود

\+ در هر تقسیمی که باقی مانده آن صفر باشد مقسوم مساوی است

به حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت

در هر تقسیمی که باقی مانده صفر نباشد مقسوم مساوی است با حاصل ضرب

مقسوم علیه در خارج قسمت بعلاوه باقی مانده چنانچه مذکور شد

\+ در هر تقسیمی که باقی مانده موجود نباشد میتوان مقسوم را

حاصل جمع آن قدر از اجزاء متساوی با خارج قسمت دانست که در مقسوم علیه



واحد موجود است و بنابراین میتوان عمل تقسیم را بوجوه ذیل نیز تعریف نمود مقصود از تقسیم مجزا کردن عدد مفروضی است بآن قدر از اجزاء متشابه که در عدد مفروض دیگر واحد موجود است و یا در صورتیکه معلوم باشد حاصل ضرب دو عدد و یکی از آنها مقصود از تقسیم تعیین عدد دیگر است

در تعیین عده ارقام خارج قسمت

۴۳ — هرگاه از سمت یسار مقسوم آنقدر رقم جدا کنیم که اقلاً یک مرتبه شامل مقسوم علیه باشد ولی کمتر باشد از ده برابر آن در اینصورت مرتبه آحاد آخرین رقم سمت یمین عددی که از مقسوم جدا شده است آحاد مرتبه اعلای خارج قسمت خواهد بود

چون آحاد مرتبه اعلای خارج قسمت بدست آمد عده ارقام آن معین خواهد بود

۴۴ — در تقسیم ممکن است سه حالت اتفاق افتد

حالت اول آنست که مقسوم علیه صاحب یک رقم باشد و خارج قسمت کمتر از ده

حالت دوم آنست که مقسوم و مقسوم علیه صاحب چند رقم باشند و خارج قسمت کمتر از ده

حالت سیم آنست که قطع نظر از عده ارقام مقسوم و مقسوم علیه

خارج قسمت اقلاً ده باشد

حالت اول

۴۵ — حالت اول تقسیم را میتوان بدین طریق توضیح داد که اگر صفری در سمت یمین مقسوم علیه یک رقمی اضافه نمائیم از مقسوم بزرگتر گردد خارج قسمت اینحالت را میتوان از روی جدول فیثاغورث تعیین نمود از این قرار که در ستون اول سمت یسار مقسوم علیه یک رقمی را تفحص نموده در سطر افقی سیر میکنیم تا بعددی برسیم که یا مساوی مقسوم باشد و یا قدری کوچکتر از آن مشروط بر آنکه عدد مابعد آن بزرگتر از مقسوم باشد در اینحالت عددی که در منتهای فوقانی ستون قائمی که در آن توقف نموده ایم نوشته شده خارج قسمت مطلوب است مثلاً بجهة تقسیم ۴۹ بر ۸ در ستون قائم سمت یسار عدد هشت را تفحص میکنیم و در سطر افقی هشتم سیر مینمائیم تا عدد ۴۸ در اینجا رقم ۶ که در منتهای فوقانی ستون قائم ثبت است خارج قسمت مطلوب است و چون ۴۸ را از ۴۹ تفریق نمائیم تفاضل یا باقیمانده تقسیم مطلوب است و

۱+۶×۸=۴۹



ولی بجهت سهولت عمل تقسیم باید متعلمین بواسطه مشق خارج
قسمت تقسیم حالت اول را بدون تأمل بیابند مثلا
بلافاصله بگویند ۷۵ تقسیم بر ۸ نه مرتبه

۴۴ —— چنانچه مذکور شد حالت دوم تقسیم آنست که مقسوم و
مقسوم علیه هر دو صاحب چند رقم باشند و خارج قسمت کمتر از ده

قاعده —— بجهت اجرای این تقسیم از سمت یمین مقسوم علیه
آنقدر رقم جدا میکنیم که یکی باقی ماند و همین عده نیز از سمت
یمین مقسوم جدا نموده جزء باقی سمت یسار مقسوم را بر رقم اول سمت
یسار مقسوم علیه قسمت میکنیم (۴۵) و رقمیکه میابیم خارج قسمت
مطلوب است یا قدری بزرگتر از آن پس محض اطمینان بر وفق قاعده ذیل
آن رقم را امتحان میکنیم از این قرار که آن رقم را در سه رقم سمت یسار
مقسوم علیه ضرب نموده ارقام این حاصل ضرب را با ارقام نظیر آنها
در مقسوم مطابق میکنیم پس اگر این حاصل کوچکتر شد از جزء نظیر
خود در مقسوم معلوم میشود که رقم مفروض صحیح است و اگر بالعکس
حاصل از جزء نظیر خود بزرگتر گردید معلوم میشود که آن رقم از خارج قسمت



امتحان ششم

واقعی بزرگتر است و بنابراین یک واحد از آن رقم میکاهیم و مجدداً

(در بقیه آخر این فصل قاعده دیگر جهت امتحان رقم خارج قسمت خواهیم ذکر نمود)

مثال

۵۷۹۴۳۲	۶۵۷۱۹
۵۲۵۷۵۲	۸
۵۳۶۸۰	

۵۷۹۴۳۲ = ۶۵۷۱۹ × ۸ + ۵۳۶۸۰

در مثال فوق خارج قسمت تقسیم ۵۷ بر ۶ عدد ۹ است

و چون آنرا در سه رقم سمت یسار مقسوم علیه ضرب کنیم حاصل ضرب

۵۹۱۳ بزرگتر است از ۵۷۹۴ و بنابراین رقم ۹ بزرگ است

حالت سیم

۷۶ — حالت سیم تقسیم آنست که قطع نظر از ارقام مقسوم و مقسوم علیه

خارج قسمت بیش از یک رقم داشته باشد

طرز شناختن اینحالت این است که اگر صفری در دست راست مقسوم علیه

اضافه نمائیم یعنی آنرا ده برابر کنیم باز کوچکتر باشد از مقسوم

قاعده جهت تقسیم دو عدد بر یکدیگر در آنحالتی که خارج قسمت صاحب



اصول علم حساب

چندین رقم است قاعده آنست که مقسوم علیه را در سمت یمین مقسوم بنویسیم و بواسطهٔ خطی قائم آنهارا از یکدیگر جدا نموده خطی افقی در تحت مقسوم علیه رسم کنیم و ارقام خارج قسمت را که بتدریج می یابیم در تحت این خط مرقوم داریم پس از آن از سمت یسار مقسوم آنقدر رقم جدا کنیم که جزء سمت یسار اقلاً یکمرتبه و لکن کمتر از ده مرتبه شامل مقسوم علیه باشد و در اینصورت آنرا اوّل مقسوم جزء گوئیم و مرتبهٔ آخرین رقم سمت یمین این قطعه از جنس مرتبهٔ اعلای خارج قسمت مطلوب خواهد بود پس بر وفق حالت دوّم (٤٦) اوّل مقسوم جزء را بر مقسوم علیه قسمت میکنیم و خارج قسمت این تقسیم رقم اوّل خارج قسمت مطلوب خواهد بود

بعد آن رقمی از مقسوم را که مرتبهٔ آن از جنس مرتبهٔ رقم دوّم خارج قسمت است در یمین باقی این تقسیم فرود می آوریم تا دوّم مقسوم جزء بدست آید پس بر وفق حالت دوّم این مقسوم جزء را نیز بر مقسوم علیه قسمت می نمائیم و خارج قسمت این تقسیم رقم دوّم خارج قسمت مطلوب خواهد بود

بالأخره بهمین طریق مداومت میکنیم تا تمام ارقام مقسوم فرود آیند



مثال

مقسوم علیه	۸۵۹	۵۹۰۵۴۹ مقسوم
خارج قسمت	۶۸۷	

۵۹۰۵۴۹
۵۱۵۴
۷۵۱۴ ۱ مقسوم جزء
۶۸۷۲
۶۴۲۹ ۲ مقسوم جزء
۶۰۱۳
۴۱۶ ۳ مقسوم جزء

باقی مانده ۴۱۶

۵۹۰۵۴۹ = ۸۵۹ × ۶۸۷ + ۴۱۶

۴۱ — تنبیه — هر یک از باقی‌مانده‌ها کوچکتر است از مقسوم علیه و هر یک از مقسوم‌های جزء کوچکتر از ده برابر آن پس هر مقسوم جزء ممکن نیست بیش از نه مرتبه شامل مقسوم علیه باشد ولی گاه اتفاق می‌افتد که یک مرتبه هم شامل نیست یعنی مقسوم جزء کوچکتر است از مقسوم علیه در این حالت صفری در خارج قسمت وضع می‌کنیم و رقم دیگر مقسوم را فرود می‌آوریم تا مقسوم جزء مابعد بدست آید

در این حالت ثالث تقسیم ممکن است مقسوم علیه یک رقمی باشد یا چند رقمی چنانچه در مثال فوق چند رقمی بود و در مثال ذیل یک رقمی

مثال

۷	۵۴۸۱۵۳
۷۸۱۲۸	

۵۴۸۱۵۳
۴۹
۵۸
۵۶
۲۵
۱۴
۶۲
۵۶
۶



در صورت اول محض اختصار حاصل ضرب جزء را حذف میکنند یعنی ترتیب
هر رقمی از آنها را که بدست می آورند بلافاصله از رقم نظیر خود تفریق
مینمایند و صورت عمل چنین میشود

۵۹۰۵۵۴۹ | ۸۵۹ / ۶۸۷
۷۵۱۴
۶۴۶ ۳۹
۴۱۴

در صورت دوم حواصل ضروب جزء و باقی مانده های متوالی را
حذف میکنند و مرقوم نمیدارند جز باقی مانده اخیر را

۵۴۸۵۶ | ۷ / ۷۸۲۸

حالات مخصوصه

۴۹ — هرگاه مقسوم و مقسوم علیه منتهی به اصفار شده باشند
از یمین هر دو بیک عده صفر حذف مینمائیم و عمل تقسیم را در اعدادی
که باقی میمانند بجای آوریم و خارج قسمتی که می یابیم بدون تغییر خارج قسمت
مطلوبست و بجهت تعیین باقی مانده واقعی درست یعنی باقی آن تقسیم
بعده اصفار محذوف صفر اضافه مینمائیم
مثلا بجهت تقسیم ۵۸۰۰۰ بر ۹۰۰۰ کافی است ۵۸ را بر ۹ تقسیم نمائیم

۵۸ | ۹ / ۶
۴

در اینصورت خارج قسمت مطلوب ۶ و باقی مانده
واقعی ۴۰۰۰ خواهد بود



بطور کلی وقتیکه مقسوم علیه منتهی به اصفار شده باشد آنها را حذف میکنیم و همان عده از سمت یمین مقسوم هم جدا نموده از آنها قطع نظر مینمائیم و در روی عددی که باقی میماند عمل تقسیم را بجای آورده خارج قسمت اینعمل بدون تغییر خارج قسمت مطلوب است و بجهت تعیین باقی مانده واقعی کافیست ارقامی را که حذف نموده بودیم در سمت یمین باقی مانده آن تقسیم بنویسیم

مثلاً بجهت تقسیم ۵۸۶۲۳ بر ۹۰۰۰ کافی است ۵۸ را بر ۹ قسمت کنیم

۵۸ | ۹
۴ | ۶

در اینصورت خارج قسمت مطلوب ۶ و باقی مانده تقسیم ۴۶۲۳ خواهد بود

در امتحانات ضرب و تقسیم

۵۰ — ضرب را میتوان بوجوه ذیل امتحان نمود

امتحان اول — محل دو عامل را تغییر میدهیم یعنی مضروب فیه را بجای مضروب و مضروب را بجای مضروب فیه نوشته عمل ضرب را مجدداً تکرار مینمائیم و حاصل اینعمل باید مطابق باشد با حاصل ضرب اول



مثال

۳۴۷
۲۰۹۶

۲۰۸۲
۳۱۲۳
۶۹۴

۷۲۷۳۱۲

۲۰۹۶
۳۴۷

۱۴۶۷۲
۸۳۸۴
۶۲۸۸

۷۲۷۳۱۲

امتحان دوّم --- حاصل ضرب را بر یکی از دو عامل قسمت میکنیم باید عامل دیگر بدست آید

مثال

۷۲۷۳۱۲ | ۳۴۷
۳۳۳۱ | ۲۰۹۶
۲۰۸۲
۰

۷۲۷۳۱۲ | ۲۰۹۶
۹۸۵۱ | ۳۴۷
۱۴۶۷۲
۰

۵۱ --- عمل تقسیم را میتوان بوجوه ذیل امتحان نمود

امتحان اوّل --- خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب میکنیم و حاصل ضرب را بر باقی مانده می افزائیم باید مقسوم حاصل گردد

مثال

۵۹۰۵۴۹ | ۸۵۹
۷۵۱۴ | ۶۸۷
۶۴۲۹
۴۱۶

۸۵۹
۶۸۷

۶۰۱۳
۶۸۷۲
۵۱۵۴

۵۹۰۱۳۳
۴۱۶

۵۹۰۵۴۹



امتحان دوّم — باقی مانده را از مقسوم تفریق میکنیم و تفاضل را بر خارج قسمت تقسیم مینمائیم باید مقسوم علیه حاصل گردد و باقی مانده تقسیم صفر شود

مثال

۵۹۰۵۴۹	۶۸۷
۴۱۶	۸۵۹
۵۹۰۱۳۳	
۴۰۵۳	
۶۱۸۳	
۰	

متعلّقات تقسیم

۵۲ — هرگاه مقسوم و مقسوم علیه را در عددی ضرب کنیم و یا بر عددی قسمت نمائیم خارج قسمت تغییر نمیکند ولی باقی مانده ضرب یا تقسیم می‌شود بر آن عدد

مثلا خارج قسمت تقسیم ۱۴ بر ۴ عدد ۳ و باقی مانده آن ۲ است

۱۴ = ۴ × ۳ + ۲

حال اگر مقسوم ۱۴ و مقسوم علیه ۴ را در عددی مثل ۵ ضرب کنیم دو عدد ۷۰ و ۲۰ بدست می‌آید که خارج قسمت تقسیم عدد اوّل بر دوّم ۳ و باقی مانده تقسیم ۱۰ است



۷۰ = ۲۰ × ۳ + ۱۰

بالعکس اگر مقسوم و مقسوم علیه را بر عددی مثل ۲ قسمت کنیم یعنی ۷ و ۲ .
که خارج قسمت تقسیم عدد اول بر دوم همان ۳ و باقی مانده تقسیم واحد است

$$۱ + ۳ \times ۲ = ۷$$

۵۳ — بجهت تقسیم حاصل ضرب چندین عامل بر یکی از عوامل خود کافی است همان عامل را حذف نمائیم

مثلاً خارج قسمت تقسیم حاصل ضرب ۵ × ۴ × ۳ بر ۴
۵ × ۳
خواهد بود

۵۴ — بجهت تقسیم حاصل ضرب چندین عامل بر عدد مفروضی کافیست یکی از عوامل آنها حاصل ضرب را بر آن عدد تقسیم نمائیم مشروط بر اینکه آن عامل بر عدد مفروض قابل تقسیم باشد

مثلاً بجهت تعیین خارج قسمت تقسیم ۷ × ۲۰ × ۳ بر ۴ کافی است عامل ۲۰ را بر ۴ قسمت نمائیم یعنی خارج قسمت مطلوب
۷ × ۵ × ۳
خواهد بود

۵۵ — بجهت تقسیم عددی بر حاصل ضرب چندین عامل کافی است آن عدد و خارج قسمت‌های متوالیه آنرا بر عوامل آنها حاصل ضرب قسمت نمائیم

مثال ۱ بجهة تقسیم عدد ۲۴ بر حاصل ضرب ۴×۳×۲ کافی است

اولاً آنرا بر ۲ تقسیم کنیم و خارج قسمت ۱۲ را بر ۳ قسمت نموده خارج قسمت

ثانی ۴ را بر ۴ تقسیم نمائیم تا خارج قسمت مطلوب ۱ بدست آید

۵۵ — تنبیه — در نمرهٔ (۴۰) اشاره نمودیم که بجهة امتحان

رقم خارج قسمت قاعدهٔ دیگر نیز موجود است

درحقیقت فرض میکنیم مقصود تقسیم ۵۹۰۵۴۹ باشد بر ۸۵۹

چون بر وفق حالت سیم تقسیم ۵۹ را بر ۸ قسمت کنیم خارج قسمت ۷ بدست آید

که با رقم اول خارج قسمت واقعی است و یا قدری بزرگتر از پس محض تحقیق

مقسوم را بر این خارج قسمت تقسیم می نمائیم و خارج قسمت جدید را در

فوق مقسوم علیه رقم برقم مینویسیم و اینقدر پیش میرویم تا یکی از ارقام این

خارج قسمت جدید با رقم نظیر خود در مقسوم علیه مختلف گردد

۵۹۰۵۴۹ | ۸۵۹ — ۷

در اینحالت اگر خارج قسمت ثانوی کوچکتر شد از مقسوم علیه رقمی که یافته ایم

بزرگ است پس یکواحد از آن میکاهیم و مجدداً امتحان میکنیم

۵۹۰۵۴۹ | ۸۵۹ — ۶



و چون این خارج قسمت ثانوی بزرگتر یا مطابق شد با مقسوم علیه رقمی که یافته‌ایم صحیح است اغلب نوشتن خارج قسمت ثانوی لازم نیست و بسهولت میتوان ارقام آنرا با ارقام مقسوم علیه در ذهن مطابقه نمود

فصل پنجم
در قوای اعداد
حدود

۵۷ — **قوهٔ دوم یا مجذور** یا **مربع** هر عدد حاصل ضرب دو عامل مساوی با آن عدد است

مثلا ۵×۵ یا ۲۵ قوه دوم عدد ۵ است

قوهٔ سیم یا مکعب هر عدد حاصل ضرب سه عامل مساوی با آن عدد است مثلا

۵×۵×۵ یا ۱۲۵ قوهٔ سیم عدد ۵ است

بطور کلی حاصل ضرب چندین عامل مساوی با عددی را قوهٔ آن عدد گویند و عدهٔ دفعاتی را که آن عدهٔ عامل

واقع شده درجه یا نمایندۀ یا اکسپزان نامند

بجهت نمودن یکی از قوای عدد مفروضی قاعده آنست که این عدد را

نوشته در فوق و مایل بسمت یمین درجۀ قوه را مرقوم دارند

مثلاً 5^2 و 5^3 مینمایند قوۀ دویم و قوۀ سیم عدد ۵ را

ونیز 5^{13} مینماید قوۀ سیزدهم عدد ۵ را

بدین مناسبت عدد را قوۀ اول خویش گویند و اکسپزان واحد آنرا نمی نویسند

۵۸ — **تنبیه** — باید دانست که آحاد مراتب

مختلفه ابتدا از واحد مرتبۀ دویم یعنی

۱۰۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰ و ۱۰ و غیره قوای متوالیۀ بنیان ۱۰ را هستند

۵۹ — بواسطه چند قاعدۀ ذیل بعضی اعمال متعلقه بقوای یک عدد

میتوان مختصر نمود یا اینکه بعضی اعمال در نماینده های آنها بجای آورد

۱ۨ حاصل ضرب دو قوۀ هر عدد قوۀ ایست از آن عدد که نمایندۀ

آن مجموع نماینده های عوامل باشد

مثلاً حاصل ضرب 5^3 در 5^4 قوۀ خواهد بود

از ۵ که نمایندۀ آن ۴ + ۳ یعنی ۷ خواهد بود

$$5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

درصورتیکه بجای دو عامل چندین عامل موجود باشد
قاعده همانست که بجهت دو عامل ذکر گردید مثلاً

$$5^{3} \times 5^{4} \times 5^{6} = 5^{13}$$

۲ — خارج قسمت دو قوّهٔ هر عدد قوّتی است از آن
عدد که درجهٔ آن مساوی تفاضل درجات مقسوم و مقسومٌ علیه
باشد مثلاً

$$5^{7} : 5^{4} = 5^{7-4} = 5^{3}$$

حال اگر این قاعده را در دو قوّهٔ متساوی یک عدد جاری نمائیم

$$5^{7} : 5^{7} = 5^{7-7} = 5^{0}$$

وچون خارج قسمت تقسیم 5^{7} بر 5^{7} واحد است بنابراین
واسطه هر عددی را اگر دارای اکسپزان صفر باشد معادل واحد املا میکنیم

۳ — بجهت اینکه قوّهٔ عددی را بقوّهٔ جدیدی برسانیم کافیست که نمایندهٔ اول را در نمایندهٔ ثانی ضرب نمائیم
مثلاً فرض میکنیم بخواهیم 5^{3} را بقوّهٔ چهارم برسانیم در اینصورت نمایندهٔ ۳ را در نمایندهٔ ۴ ضرب میکنیم
حاصل آنرا ضرب میکنیم واز اینقرار

$$(5^{3})^{4} = 5^{3 \times 4} = 5^{17}$$

۴ — بجهت اینکه حاصلضرب چندین عدد را بقوّهٔ جدیدی برسانیم کافی است هر یک از عوامل آنرا بقوّهٔ مزبور برسانیم

مثلاً

$$(2 \times 5^{2} \times 4^{3})^{5} = 2^{5} \times 5^{10} \times 4^{15}$$



مقاله دوّیم

در اصول خواص اعداد

فصل اوّل

در قابلیّت تقسیم

حدود

۶۰ —— هرگاه در تقسیم عددی بر عدد دیگر باقی مانده
صفر باشد در اینصورت گویند مقسوم قابل تقسیم است
بر مقسوم علیه و مقسوم علیه عادّ مقسوم است مثلاً
۶ قابل تقسیم است بر ۲ و ۳ عادّ ۶ است
حاصل ضرب هر عددی را در عدد دیگر مولتیپل
یا مضرب آنعدد خوانند و بالعکس عدد ثانی
را مقسوم علیه یا تحت مضرب
یا حصّه صحیح یا عامل آنعدد گویند مثلاً
۶ مولتیپل ۳ است و ۳ حصّهٔ صحیح ۶

۶۱ —— در عملیات حساب اغلب لازم میشود تعیین اینکه آیا
عدد مفروضی قابل تقسیم است بر عدد دیگر یا خیر و اگر نیست باقی

تقسیم چیدنفل رااست

اغلب اوقات اسهل وسایط بجهت حل اینمسئلهها عمل تقسیم است
ولی در بعضی حالات مخصوصه که در ذیل بیان میکنیم میتوان سهلتر
وسریعتر از عمل تقسیم باین نتایج رسید

در قابلیت تقسیم اعداد بر ۲ و ۵ بر ۴ و ۲۵

۶۲ — حدود — مابین ارقام ۰ و ۲ و ۴ و ۶
و ۸ را ارقام زوج و ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ را ارقام
فرد نامند

عدد را زوج یا فرد گویند در صورتیکه رقم احاد آن زوج یا فرد باشد

مثلا عدد ۳۴۶ زوج و عدد ۵۹۳ فرد است

۶۳ — جمیع اعداد زوج قابل تقسیمند بر ۲ و باقی مانده
تقسیم تمام اعداد فرد بر ۲ واحد است

مثلا ۷۹۵۶ قابل تقسیم است بر ۲ ولی ۳۵۱۷
قابل تقسیم نیست و باقی مانده تقسیم او بر ۲ واحد است

۶۴ — هر عددیکه رقم احاد آن ۰ باشد یا ۵ قابل تقسیم است بر ۵

باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۵ همان باقی مانده تقسیم رقم آحاد اوست بر ۵
مثلا ۷۴۵ و ۹۴۰ قابل تقسیمند بر ۵ ولی ۷۴۲ و ۹۶۹ قابل
تقسیم نیستند باقی مانده اوّلی ۲ و باقی مانده دوّمی ۴ است

۲۵ ـــــ چون عددی که صورت می بندد از دو رقم سمت یمین
هر عدد قابل تقسیم باشد بر ۴ یا بر ۲۵ عدد مفروض نیز قابل
تقسیم خواهد بود بر ۴ یا بر ۲۵
پس بجهت تعیین باقی مانده تقسیم عددی بر ۴ یا بر ۲۵ کافیست عدد
مرکّب از دو رقم سمت یمین آنرا بر ۴ یا بر ۲۵ قسمت نمائیم
پس اگر عددی منتهی به دو صفر یا بیش از آن شده باشد
محقّقا بر ۴ و بر ۲۵ قابل تقسیم است
مثلا ۵۹۲۲۴ و ۷۶۴۰ و ۷۳۰۰ قابل تقسیمند بر ۴ ولی
۵۹۲۲۶ و ۷۶۴۳ قابل تقسیم نیستند و باقی مانده های آنها ۲ و ۳ است
۵۹۲۵ و ۷۴۷۵ و ۷۳۵۰ و ۷۳۰۰ قابل تقسیم اند
بر ۲۵ ولی ۵۹۳۵ و ۷۴۷۰ قابل تقسیم نیستند و باقی
مانده های آنها ۱۰ و ۲۰ است



در قابلیت تقسیم اعداد بر ۹ و بر ۳

۴۶ — **حدود** — در هر عددی که نوشته شده باشد هر یک از ارقام با معنی صاحب دو مقدار است

مقدار مطلق و مقدار متعلق

مقدار مطلق هر رقم مقدار اوست بدون حفظ مرتبه و مقدار متعلق هر رقم مقدار اوست با حفظ مرتبه

مثلا در عدد ۹۷۰۵۵ مقدار مطلق رقم چهارم ۷ و مقدار متعلق آن ۷ عشرات الف است و نیز مقدار مطلق رقم دویم ۵ و مقدار متعلق آن ۵ عشرات است

۴۷ — هر عددی که مجموع مقادیر مطلقه ارقام آن قابل تقسیم باشد بر ۹ یا بر ۳ قابل تقسیم خواهد بود بر ۹ یا بر ۳

بنابراین باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۹ یا بر ۳ همان باقی مانده تقسیم صور ارقام اوست بر ۹ یا بر ۳

مثلا ۷۱۰۳۷ و ۸۱۲۷۹ قابل تقسیمند بر ۹ ولی ۷۱۴ قابل تقسیم نیست و باقی مانده اش ۳ است

۷۱۰۳۱ قابل تقسیم است بر ۳ ولی ۷۱۰۳۳ نیست و باقی مانده اش است

۶۱ — **تنبیه** — هر عددی که قابل قسمت باشد بر ۹ بر ۳ نیز قابل تقسیم خواهد بود ولی عکس این فقره صحیح نیست و ممکن است عددی بر ۳ قابل قسمت باشد و بر ۹ نباشد

در ۴ و ۲ و در ۲۵ و ۵ نیز همین حکم جاریست

در قابلیت تقسیم اعداد بر ۱۱

۶۹ — باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۱۱ مساویست با باقی مانده تقسیم فضل مجموع ارقام مراتب فرد آن عدد بر مجموع ارقام مراتب زوج آن

مثلا باقی مانده تقسیم ۷۵۹۴۸ بر ۱۱ مساویست با باقی مانده تقسیم

۲۴ — ۹ یا ۱۵ بر ۱۱ یعنی مساویست با ۴

مجموع ارقام مراتب فرد عدد مفروض ۸ + ۹ + ۷ یا ۲۴ است

و مجموع ارقام مراتب زوج ۵ + ۴ یا ۹

پس شرط اینکه عددی قابل تقسیم باشد بر ۱۱ اینست که تفاضل مجموع ارقام مراتب فرد آن بر مجموع ارقام مراتب زوج یا صفر باشد و یا قابل تقسیم بر ۱۱

مثلا عدد ۸۷۴۸۵۲ و عدد ۵۹۸۹۹۸۴ قابل



تنبیه — در امتحان تفریق بواسطه ۹ و ۱۱ اگر باقی مانده مفروق از باقی مانده مفروق عنه بزرگتر باشد در انصورت آنقدر ۹ یا ۱۱ بر باقی فوقانی می افزائیم تا تفریق ممکن گردد

در مثال فوق باقی مانده تقسیم مفروق بر ۱۱ عدد ۳ بود و باقی مانده مفروق عنه ابد ۲ بود واسطه در ذهن بر آن ۱۱ واحد اضافه نمودیم و ۳ را از حاصل ۱۳ تفریق کردیم و باقی ۱۰ را در تحت خط مرقوم نمودیم

امتحان ضرب — امتحان ضرب نیز بهمین قسم است یعنی دو باقی مانده عوامل را در یکدیگر ضرب میکنیم و باقی مانده این حاصل ضرب با باقی مانده حاصل ضرب اصلی باید مطابق باشد

مثال

۳	۷۲۹	۰
۲ / ۶	۶۸	۵ / ۵
	۵۸۳۲	
	۴۳۷۴	
۶	۴۹۵۷۲	:

امتحان تقسیم — باقی مانده مقسوم علیه را در باقی مانده خارج قسمت ضرب میکنیم و باقی مانده باقی

تقسیم را بر آنجا حاصل اضافه مینمائیم و باقی ماندهٔ تقسیم این مجموع باید مطابق باقی ماندهٔ مقسوم باشد

مثال

۵	۶۵۰۷ / ۱۴۶	۹۵۶۱۷۶	۶
۲		۳۵۵۴۷	۳
۰		۴۵۱۹۴	۱۸
۵		۶۱۵۲	۳
۵			۲۱
			۱۵

۲۳ ـــــ در امتحان اعمال حساب ۹ و ۱۱ را بجهة این انتخاب نموده اند که در تعیین باقی مانده تمام ارقام اعداد بکار میروند و حال آنکه در سایر مقسوم علیه ها از قبیل ۲ و ۴ و ۵ و ۸ و ۲۵ وغیره همان ارقام سمت یمین عدد مداخله پیدا میکنند

فصل دویم

در بزرگترین مقسوم علیه مشترک

حدود

۷۴ —— چند عدد ممکن است قابل تقسیم بر یک عدد باشند که در اینحالت مقسوم علیه مشترک آن اعداد است و ما بین تمام مقسوم علیه‌های مشترک چند عدد آنرا که از همه بزرگتر است بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن اعداد نامند

مثلاً دو عدد ۷۲ و ۴۸ مقسوم علیه‌های مشترک ذیل را قبول میکنند

۲ ۳ ۴ ۶ ۸ ۱۲ ۲۴

و عدد ۲۴ را که از همه آنها بزرگتر است بزرگترین مقسوم علیه مشترک ۷۲ و ۴۸ گویند

در تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد

۷۵ —— قاعده —— بجهة تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد قاعده آنست که عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر تقسیم مینمائیم اگر باقی مانده صفر شد خود عدد کوچکتر بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوب است و اگر بر خلاف باقی مانده غیر از صفر بدست آمد عدد کوچکتر را بر این باقیمانده قسمت مینمائیم و در این عمل باقی مانده دوم بدست میاید پس اگر باقی مانده دوم صفر باشد باقی

تقسیم نمائیم [illegible]

مانده اولی بزرگترین مقسوم علیه مشترک است والا باقی مانده اولی را بر باقی مانده ثانی قسمت میکنیم و بهمین طریق پیش میرویم تا بباقی مانده صفر برسیم در اینصورت باقی مانده قبل از صفر بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست

مثال — فرض میکنیم مقصود تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۱۹۲ و ۸۵۲ باشد عمل را بصورت ذیل مجری میداریم

	۴	۲	۳	۲
۸۵۲	۱۹۲	۸۴	۲۴	۱۲
۸۴	۲۴	۱۲	۰	

عدد ۱۲ بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست

۷۶ — **تنبیه** — باید دانست که چون بر وفق قاعده فوق عمل نمائیم ممکن نیست بباقی مانده صفر نرسیم چرا که سلسله باقی مانده‌ها متوالی رو به تناقص است پس اقلاً بواسطه عدد واحد قسمت بباقی ۱ که عاد مشترک تمام اعداد است خواهیم رسید

وقتیکه بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد واحد باشد و در حقیقت چنین



دو عدد بزرگترین مقسوم علیه مشترک ندارند آنها را نسبت بیکدیگر اول گوئیم

۷۷ —— هرگاه دو عدد را در عدد ثالثی ضرب نمائیم و یا بر آن تقسیم کنیم بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها ضرب یا تقسیم میشود بر این عدد

مثلا بزرگترین مقسوم علیه مشترک ۱۹۲ ۸۵۲ بنابر عمل فوق ۱۲ بود حال اگر دو عدد مفروض را در عددی مثل ۵ ضرب نمائیم بزرگترین مقسوم علیه مشترک در حاصل ضرب ۱۹۲×۵ یا ۹۶۰ و ۸۵۲×۵ یا ۴۲۶۰ عدد ۵×۱۲ یا ۶۰ خواهد بود

۷۸ —— ملاحظه خاصیت فوق گاهی اسباب تسهیل عمل بزرگترین مقسوم علیه مشترک میشود از اینقرار که چون نظر در دو عدد مفروض عامل مشترکی دیدیم آنها را بر اینعامل قسمت میکنیم و مابین دو خارج قسمت بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین مینمائیم و آنرا در همان عامل مشترک ضرب میکنیم تا بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوب بدست آید مثلا اگر مقصود تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین دو عدد ۳۲۵ و ۶۷۵ باشد که هر دو عامل مشترک ۲۵ را قبول میکنند اول آنها را به ۲۵ قسمت میکنیم و مابین دو خارج

قسمت ۱۳ و ۲۷ بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین میکنیم و آن در مثال ما واحد است بنابراین بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد مفروض ۲۵.۷۱ یا ۲۵ خواهد بود

بهمین واسطه اگر دو عدد مفروض منتهی با صفر باشند با یک عده صفر از آنها حذف میکنیم و پس از عمل همان عده صفر در یمین بزرگترین مقسوم علیه مشترک قرار میدهیم مثلا بجهت تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین ۲۴۰۰ و ۴۲۰۰۰ اول مابین ۲۴ و ۴۲۰ عمل را جاری میکنیم

	۱۷	۲
۴۲۰	۲۴	۱۲
۱۸۵ ۱۲	۵	

و پس از آن در یمین ۱۲ دو صفر اضافه میکنیم تا ۱۲۰۰ که بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست بدست آید

در تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک چند عدد



۷۹ — قاعده — بجهت تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک

چنین عدد قاعده آنست که مابین دو عدد اول آنها بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین نمائیم پس از آن مابین عدد سیم و این بزرگترین مقسوم علیه مشترک عمل کنیم و بهمین طریق مداومت نمائیم تا تمام اعداد استعمال شوند

مثلا بجهت تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین چهار عدد

٢٧ ٩٢٤ ١٩٢ ٨٥٢

اول مابین ٨٥٢ ٩٢ تعیین میکنیم و عدد ١٢ بدست می آید

پس از آن مابین ٩٢ ١٢ بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین مینمائیم

	٣	٢
٤٢	١١	٦
٦	٥	

بالاخره مابین ٢٧ و ٩ عمل را بجا آوردیم

	٤	٢
٢٧	٦	٣
٣	٥	

و این بزرگترین مقسوم علیه مشترک اخیر یعنی عدد ٣ بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست

۸۰ — تنبیه — در وقت عمل محض اختصار بهتر آنست اعداد مفروضه را بترتیب مقدار آنها اختیار کنیم یعنی اول مابین دو عدد بزرگتر عمل را اجرا نمائیم و بهمین ترتیب پیش رویم در تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک چندین عدد نیز اگر ممکن باشد اختصارات نمرهٔ ۷۸ را بجا آورد

۸۱ — هرگاه دو یا چند عدد را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها قسمت نمائیم خارج قسمتها نسبت بیکدیگر اول خواهند بود

فصل سیم

در کوچکترین مضرب مشترک

حدود

۸۲ — ممکن است یک عدد بر چندین عدد دیگر قابل تقسیم باشد که در اینحالت مضرب مشترک آنها است و مابین تمام مضربهای مشترک چند عدد آنرا که از همه کوچکتر است کوچکترین مضرب مشترک آن اعداد گویند

در تعیین کوچکترین مضرب مشترک دو عدد



۸۳ — **قاعده** — کوچکترین مضرب مشترک دو عدد بدست می‌آید
درصورتیکه حاصل ضرب آن دو عدد را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها تقسیم نمائیم

مثلا کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۸۵۲ و ۱۹۲

خارج قسمت تقسیم ۱۹۲×۸۵۲ خواهد بود بر ۱۲ که بزرگ

ترین مقسوم علیه مشترک آنها است ولی در عملیات اسهل آنست

که یکی از اعداد مفروض را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک

آنها قسمت کنیم و خارج قسمت را در عدد دیگر ضرب نمائیم تا کوچکترین

مضرب مشترک بدست آید **مثلا** در مثال فوق ۱۹۲ را

بر ۱۲ تقسیم میکنیم و خارج قسمت ۱۶ را در عدد دیگر ۸۵۲

ضرب مینمائیم

$$۸۵۲ \times ۱۶ = ۱۳۶۳۲$$

و حاصل ضرب ۱۳۶۳۲ کوچکترین مضرب مشترک مطلوب است

۸۴ — بنابر آنچه مقدم شد بجهت تعیین مضربهای مشترک

دو عدد کافی است کوچکترین مضرب مشترک آنها را در سلسلهٔ

طبیعی اعداد ضرب کنیم.



۸۵ — وقتیکه دو عدد مفروض نسبت بیکدیگر اول باشند آن دو عدد را متباین گویند و در اینحالت کوچکترین مضرب مشترک حاصل ضرب آنها است

مثلا کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۸ و ۱۵ حاصل ضرب ۸×۱۵ یا ۱۲۰ است

۸۶ — وقتیکه عدد کوچکتر خود بزرگترین مقسوم علیه مشترک باشد دو عدد را متداخل گویند و در اینحالت کوچکترین مضرب مشترک آنها همان عدد بزرگتر است

مثلا دو عدد ۳۶ و ۱۲ متداخلند و همان ۳۶ کوچکترین مضرب مشترک آنها است

۸۷ — در اینموقع لازم است دو اصطلاح دیگر که در اعمال متعلقه بکسور مستعمل اند ذکر نمائیم

هر دو عددیکه متساوی باشند آنها را نسبت بیکدیگر متماثل گویند بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک چنین دو عدد یکی از آنها است



اصول علم حساب

— در حالت ثانی یعنی آنوقتی که دو عدد مفروض را بجز یک

مقسوم علیه مشترک باشد غیر از عددی کوچکتر و واحد همین صورت آنها را

متوافق نامند و کلمه بزرگترین مقسوم علیه مشترک چنین دو عدد را

وفق آنها گویند مثلاً دو عدد ۱۸ و ۱۲ متوافقند و وفق آنها ۶ است

در تعیین کوچکترین مضرب مشترک چند عدد

قاعده — اول ما بین دو عدد کوچکترین مضرب مشترک

تعیین میکنند و پس از آن عددی را که بدست آید با عدد سیم کوچکترین

مضرب مشترک تعیین میکنند و بهمین طریق عمل مینمایند تا تمام اعداد استعمال شوند

مثلاً بجهت تعیین کوچکترین مضرب مشترک چهار عدد

۲۷ ۴۲ ۱۹۲ ۸۵۲

اول ما بین ۸۵۲ و ۱۹۲ عمل مینمائیم

۸۵۲ X ۱۹۲ : ۱۲ = ۱۳۶۳۲

پس از آن ما بین ۱۳۶۳۲ و ۴۲ کوچکترین مضرب مشترک تعیین مینمائیم

۱۳۶۳۲ X ۴۲ : ۶ = ۹۵۴۲۴

بالاخره ما بین ۹۵۴۲۴ و ۲۷ عمل را جاری آورده

کوچکترین مضرب مشترک

۹۵۴۲۴ × ۲۷ : ۳ = ۸۵۸۸۱۶

و عدد ۸۵۸۸۱۶ کوچکترین مضرب مشترک مطلوبست

۹۵ —— اگر مابین اعداد مفروضه بعضی عاد دیگری باشد آنها را حذف میکنیم و در باقی عمل را جاری مینمائیم مثلا بجهة تعیین کوچکترین مضرب مشترک اعداد

۸ ۹ ۲۱ ۲۷ ۳۲

اوّل ۲۱ و ۹ را که عادّ دو عدد ۴۲ و ۲۷ هستند حذف میکنیم و پس از آن کوچکترین مضرب مشترک مابین اعداد

۸ ۲۷ ۴۲

تعیین مینمائیم

فصل چهارم

در اعداد فرد اوّل

حدود

۹۱ — عدد را اوّل یا فرد اوّل گویند در صورتیکه هیچ عددی قابل قسمت نباشد جز بنفس خود و بواحد مثل ۱۱ و ۲۳ و ۵ و ۷ و غیره و اضح است که هر عددی



اولی با سایر اعداد غیر از مضربهای خود متباین است

۹۲ ـــ سلسلهٔ اعداد اول نیز چون سلسلهٔ طبیعی اعداد نامتناهی است

ترکیب جدول اعداد اول

۹۳ ـــ اسهل قواعد جهة تعیین اعداد اولی از یک تا حد معیّن

قاعده ایست معروف به غربال اِراتُسْتِن و آن از این قرار است که اول سلسلهٔ

اعداد طبیعی را از واحد الی حدّ معیّن مفروض مینویسیم

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲

۱۳ ۱۴ ۱۵ . . . .

و پس از آن بر وفق دستور العمل ذیل تمام اعداد غیر اوّل آن را محو مینمائیم

در دو عدد ۱ و ۲ تعریفی که جهة عدد اوّل نمودیم صادق است و بنا

بر این نباید آنها را محو نمود

حال چون از عدد بعد از دو شروع کنیم و تمام اعداد سلسلهٔ فوق را

دو بدو محو نمائیم تمام مولتیپل‌های ۲ محو میشوند

اولین عددی که بعد از ۲ در این عمل محو نشده یعنی ۳

عدد اوّل است

پس از عدد ۳ بعد از ۳ شروع میکنیم و تمام اعداد سلسله فوق را ۳ به ۳ محو مینمائیم تا تمام مولتیپل های ۳ محو شوند و در آنصورت اولین عددی که بعد از ۳ در این عمل محو نشده یعنی ۵ عدد اول است پس از عدد بعد از ۵ شروع میکنیم و تمام اعداد سلسله فوق را ۵ به ۵ محو مینمائیم تا تمام مولتیپل های ۵ محو شوند و در آن حالت اولین عددی که بعد از ۵ در این عمل محو نشده یعنی ۷ عدد اول است

حال عدد ۷ را گرفته مطابق دستور العمل فوق ۷ به ۷ و پس از آن ۱۱ و ۱۳ به ۱۳ و غیره اعداد سلسله فوق را محو میکنیم و بهمین طریق مداومت مینمائیم تا آنکه مجذور آخرین عدد اولی که مولتیپل های آن محو شده اند از حد جدول تجاوز نماید در اینصورت عمل ختم است و هر چه عدد در جدول محو نشده باشد اول خواهد بود مثلاً اگر حد جدول ۱۰۰ باشد در عدد ۱۱ توقف میکنیم چرا که

$$11 \times 11 = 121$$

و اگر حد جدول ۱۰۰۰ باشد در عدد ۳۷ توقف میکنیم چرا که

$$37 \times 37 = 1369$$



در جدول ذیل اعداد اول از واحد الی ۵۶۹ را ثبت نمودیم

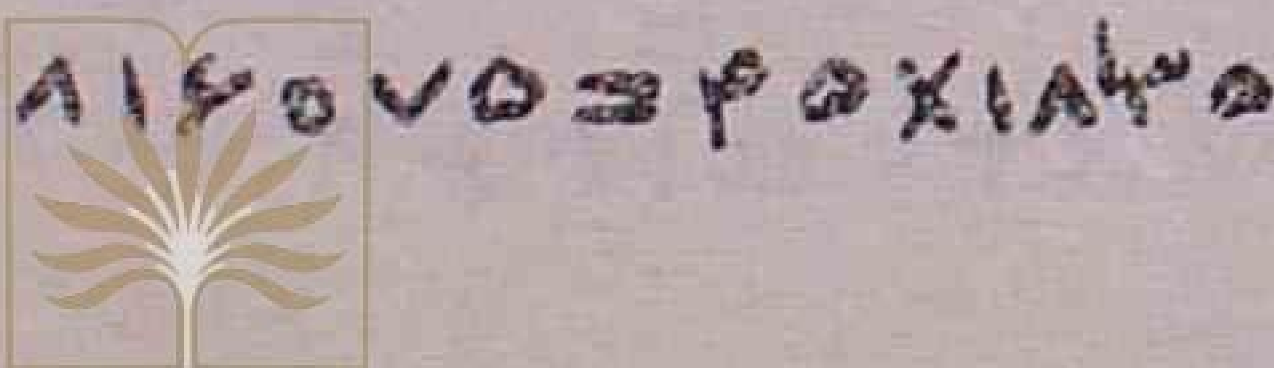
و متعلمین باید اعداد اول از واحد الی ۱۰۰ را بذهن بسپارند

۱	۳۱	۷۹	۱۳۹	۱۹۹	۲۷۱	۳۴۷	۴۱۹	۴۸۷
۲	۳۷	۸۳	۱۴۹	۲۱۱	۲۷۷	۳۴۹	۴۲۱	۴۹۱
۳	۴۱	۸۹	۱۵۱	۲۲۳	۲۸۱	۳۵۳	۴۳۱	۴۹۹
۵	۴۳	۹۷	۱۵۷	۲۲۷	۲۸۳	۳۵۹	۴۳۳	۵۰۳
۷	۴۷	۱۰۱	۱۶۳	۲۲۹	۲۹۱	۳۶۷	۴۳۹	۵۰۹
۱۱	۵۳	۱۰۳	۱۶۷	۲۳۳	۲۹۳	۳۷۳	۴۴۳	۵۲۱
۱۳	۵۹	۱۰۷	۱۷۳	۲۳۹	۳۰۷	۳۷۹	۴۴۹	۵۲۳
		۱۰۹	۱۷۹	۲۴۱	۳۱۱	۳۸۳	۴۵۷	۵۴۱
۱۷	۶۱	۱۱۳	۱۸۱	۲۵۱	۳۱۳	۳۸۹	۴۶۱	۵۴۷
۱۹	۶۷	۱۲۷	۱۹۱	۲۵۷	۳۱۷	۳۹۷	۴۶۳	۵۵۷
۲۳	۷۱	۱۳۱	۱۹۳	۲۶۳	۳۳۱	۴۰۱	۴۶۷	۵۶۳
۲۹	۷۳	۱۳۷	۱۹۷	۲۶۹	۳۳۷	۴۰۹	۴۷۹	۵۶۹

۹۴ — هر عددی که قابل تقسیم باشد بر چندین عدد دیگر که دو بدو نسبت بهم مباین باشند قابل تقسیم خواهد بود بر حاصل ضرب آنها

مثلا عدد ۸۱۶۰۷۵ قابل تقسیم است بر ۵ و بر ۹ که نسبت بهم متباین اند

پس بر حاصل ضرب ۵ × ۹ یعنی ۴۵ نیز قابل تقسیم خواهد بود



اعداد اول

۹۵ ــــ از روی خاصیت فوق میتوان بجهت بعضی مقسوم علیهای عدد
شروط قابلیت تقسیم را معین نمود مثلاً ۲ و ۳ نسبت بیکدیگر اول اند
و حاصل ضرب آنها شش است پس میتوان گفت که
عددی قابل تقسیم است بر ۶ در صورتیکه بر ۲ و ۳ قابل تقسیم باشد
و یا بعبارت دیگر هر عدد زوجی که صور ارقام آن قابل تقسیم
باشد بر ۳ قابل تقسیم است بر ۶
مثلاً عدد زوج ۱۳۱۹۵۶۲ که مجموع صور آن قابل
تقسیم است بر ۳ قابل تقسیم خواهد بود بر ۶

۱۳۱۹۵۶۲ = ۶ × ۲۱۹۹۲۷

و بهمین طریق بجهت ۱۸ و ۱۵ و ۴۵ و ۲۴ و غیره

۹۶ ــــ **تبصره** ۱ ــــ در تعیین اعداد
اول از واحد الی حد معینی میتوانیم عمل را قدری مختصر
نمائیم بر اینکه اولاً در نوشتن سلسله طبیعی اعداد از
۲ به بعد اعداد زوج را حذف کنیم چراکه تمام آنها مولتیپل
۲ هستند و از اینقرار در جدول ثبت نمائیم جز سلسله



طبیعی اعداد فرد را بدینطریق

١ ٢ ٢ ٣ ٥ ٧ ٩ ١١ ١١ ١٥ ١٧

١٩ ٢١ ٢٣ ٢٥ ٢٧ ٢٩...

ثانیاً بجهة محو کردن مولتیپل های عدد اوّلی چون ۷ لازم نیست بلا فاصله از عدد بعد از ۷ شروع بشماره نمائیم بلکه کافی است مجذور ۷ را که ۴۹ است در جدول تجسس کنیم و آنرا محو نموده از عدد بعد از او شروع بشماره نمائیم

۹۷ — **تنبیه ۲** — بجهة فهمیدن اینکه عدد مفروضی اوّل است یا غیر اوّل باید آنرا بر اعداد اوّله ۲ و ۳ و ۵ و غیره تقسیم نمود و اینعمل را مداومت کنید تا خارج قسمت تقسیم مساوی یا کوچکتر گردد از مقسوم علیه اوّلی که امتحان نموده ایم و اگر در هیچ یک از این تقسیمات به باقیمانده صفر نرسیدیم عدد مفروض اوّل است

مثلاً اگر عدد ۱۳۷۳ مفروض باشد آنرا بر ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و الی غیره تقسیم میکنیم و در هر یک از این تقسیمات هرچه مقسوم علیه اوّل بزرگتر میشود خارج قسمت کوچکتر میگردد و چون [illegible] تقسیم مداومت

نمائیم به مقسوم علیه اوّل ۳۷ می رسیم و خارج قسمت مساوی مقسوم علیه دیگر و ۴ باقی میماند فقط

۱۳۷۳ = ۳۷ × ۳۷ + ۴

در اینصورت چون در تمام تقسیمها باقی مانده موجود بود عدد ۱۳۷۳ اول است

فصل پنجم

در فائده و محل استعمال اعداد اول

فقرهٔ اوّل

در تجزیه اعداد به عاملهای اوّلی

۹۸ — هر عدد غیر اوّلی حاصل ضرب چند عدد اوّل است و از اینقرار تجزیه نمودن هر عدد به عاملهای اوّل خود عبارت از تعیین کردن عوامل اولی است که حاصل ضرب آنها مساوی عدد مفروض باشد

مثال ۱ تجزیه نمودن عدد ۳۶ به عاملهای اوّل خود عبارت از اینست که معیّن کنیم عوامل اوّل ۲ و ۲ و ۳ و ۳ را که چون در یکدیگر ضرب شوند حاصل مساوی ۳۶ گردد

۳۶ = ۲ × ۲ × ۳ × ۳



اغلب چون عامل اوّلی چندین مرتبه مکرّر گردید آنرا بصورت قوه

در می آورند و چنین می نویسند

$$3^2 \times 2^2 = 36$$

۹۹ — **قاعده** — بجهت تجزیه عددی بعاملها اول قاعده آنست
که توالی سلسلهٔ اعداد اول را امتحان کنیم و هر کدام عاد عدد مفروض
هستند اقتضا نمود مقسوم علیه قرار دهیم و عدد مفروض را بر او تقسیم نمائیم
و پس از آن در خارج قسمتها امتحان را مکرر کنیم

مثلا اگر مقصود تجزیه عدد ۱۶۷۷۶ باشد می بینیم که عدد اول
۲ قسمت صحیح اوست و خارج قسمت تقسیم ۸۳۸۸ خواهد بود

$$16776 = 2 \times 8388$$

حال در عدد ۸۳۸۸ گفتگو میکنیم و چون بر ۲ قابل تقسیم
و خارج قسمت آن ۴۱۹۴ است معلوم میشود

$$16776 = 2 \times 2 \times 4194$$

خارج قسمت ثانی ۴۱۹۴ نیز بر ۲ قسمت میشود و بنا بر این

$$16776 = 2 \times 2 \times 2 \times 2097$$

حال چون خارج قسمت ۲۰۹۷ بر ۲ قابل قسمت نیست اول را

بر ۳ امتحان میکنیم و قابل تقسیم می یابیم پس

۶۹۹ × ۳ × ۲ × ۲ × ۲ = ۱۶۷۷۶

عدد ۶۹۹ نیز بر ۳ قابل تقسیم است و حاصل میشود

۲۳۳ × ۳ × ۳ × ۲ × ۲ × ۲ = ۱۶۷۷۶

عمل تجزیه باتمام رسید چراکه عدد ۲۳۳ خود اوّل است و چون عوامل مکرره را بصورت قوّه در آوریم چنین میشود

$233 \times 3^{2} \times 2^{3} = 16776$

۱۰۰ ـــ اغلب صورت عمل را بطریقهٔ ذیل مرقوم میدارند

۱۶۷۷۶	۲
۸۳۸۸	۲
۴۱۹۴	۲
۲۰۹۷	۳
۶۹۹	۳
۲۳۳	۲۳۳
۱	



۱۵۱ — **تنبیه** — هرگاه عددیکه مقصود تجزیه او است حاصل ضرب دو عدد دیگری باشد که بنظر بتوان آنها را جدا نمود عمل مختصر میشود باینکه آن دو عدد را جدا تجزیه کنیم **مثلا** عدد ۲۵۲۰۰ مرکب است از دو عامل ۱۰۰ و ۲۵۲ پس این دو عدد را تجزیه مینمائیم و حاصل میشود

$$۱۰۰ = ۲^{۲} \times ۵^{۲}$$

و

$$۲۵۲ = ۲^{۲} \times ۳^{۲} \times ۷$$

پس

$$۲۵۲۰۰ = ۲^{۴} \times ۳^{۲} \times ۵^{۲} \times ۷$$

فصل دویم

در مقسوم علیه های اعداد

۱۵۲ — بجهت تعیین مقسوم علیه‌های هر عدد قاعده آنست که اولا عدد مفروض را بعاملهای اول خود تجزیه نمائیم و پس از آن در ستونی عاملهای اول عامل دویم را اختیار نموده در عامل اول ضرب کنیم و مقابل آن بنویسیم و چون عامل تغییر کرد آنرا در تمام سطور فوق ضرب نمائیم و [illegible]

فرض میکنیم مقصود تعیین مقسوم علیهای عدد ١٦٧٧٦ باشد پس اول
او را تجزیه میکنیم و صورت عمل چنین میشود

١٦٧٧٦	٢	
٨٣٨٨	٢	٤
		٨
٤١٩٤	٢	٦ ١٢ ٢٤
٢٠٩٧	٣	٩ ١٨ ٣٦ ٧٢
٦٩٩	٣	٤٦٦ ٩٣٢ ١٨٦٤
٢٣٣	٢٣٣	٢٠٩٧ ٤١٩٤ ٨٣٨٨٤
١		٦٩٩ ١٣٩٨ ٢٧٩٦ ٥٥٩٢٤
		٤١٦٧٧٦

دومین عامل اول ٢ را در عامل فوق خود ضرب نمودیم و حاصل ضرب ٤
را در مقابل آن مرقوم داشتیم و پس از آن عامل سیم ٢ را در مقسوم علیه ٤
ضرب نموده حاصل ضرب ٨ را در مقابل آن ثبت کردیم و چون عامل ٢ تغییر
کرد عامل ٣ را از ابتدا در تمام مقسوم علیهای فوقانی ضرب نمودیم و عامل
بعد را که نیز ٣ است در سطر فوق خود ضرب کردیم و پس از آن عامل
مجدداً تغییر کرد از آنجهت ٢٣٣ را در تمام مقسوم علیهای فوق خود از اول
ضرب میکنیم و آخرین مقسوم علیها باید همان عدد مفروض باشد

١٥٣ — هرگاه مقصود تعیین مقسوم علیهای مشترک ٢ یا چند عدد مفروض

باشد اولا آنها را تجزیه میکنیم و مابین عوامل اول آن اعداد آنهائیرا انتخاب میکنیم که در همه مشترک باشند و از آنها ستونی ترتیب میدهیم و بر وفق قاعدهٔ فوق عمل تعیین مقسوم علیه‌ها را در عوامل مشترک آن بجای آوریم

مثلا فرض میکنیم که مقصود تعیین مقسوم علیه‌های مشترک سه عدد ۳۶۰ و ۴۲۰ و ۱۲۰۰ باشد

در این حالت سه عدد مفروض را تجزیه میکنیم و صورت عمل چنین است

۲	۱۲۰۰	۲	۴۲۰	۲	۳۶۰
۲	۶۰۰	۲	۲۱۰	۲	۱۸۰
۲	۳۰۰	۳	۱۰۵	۲	۹۰
۲	۱۵۰	۵	۳۵	۳	۴۵
۳	۷۵	۷	۷	۳	۱۵
۵	۲۵		۱	۵	۵
۵	۵				۱
	۱				

پس عوامل مشترک را اختیار نموده ستونی از آنها ترتیب میدهیم و بقیهٔ عمل را بوجه مذکورهٔ فوق بجای آوریم

۲					
۲	۴				
۳	۶	۱۲			
۵	۱۵	۲۰	۱۵	۳۰	۶۰

و آخرین مقسوم علیه مشترک ۵ بزرگترین مقسوم علیه
مشترک سه عدد مفروض است

۱۵۴ — به اعانت تجزیه میتوان بسهولت بزرگترین
مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مولتیپل مشترک مابین
دو یا چند عدد تعیین نمود از اینقرار

قاعده — جهت تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک
مابین چندین عدد که بعوامل اول خود تجزیه شده باشند
قاعده آنست که مابین عوامل مشترکه آن اعداد آنهائیرا
اختیار کنیم که صاحب کوچکترین نمای باشند و حاصل ضرب
آن عوامل بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست

مثلا در مثال فوق سه عدد مفروض را تجزیه نمودیم و حاصل شد

$$۳۶۰ = ۲^{۳} \times ۳^{۲} \times ۵$$

$$۴۲۰ = ۲^{۲} \times ۳ \times ۵ \times ۷$$

$$۱۲۰۰ = ۲^{۴} \times ۳ \times ۵^{۲}$$



عامل ۲ و ۳ و ۵ را اختیار میکنیم و حاصل ضرب $۲^{۲} \times ۳ \times ۵$

یا ۴۵ بزرگترین مقسوم علیه مشترک مطلوبست

قاعده — بجهت تعیین کوچکترین مولتیپل مشترک مابین چندین عدد که بعوامل اول خود تجزیه شده باشند قاعده آنستکه مابین عوامل مشترکه و غیر مشترکه آن اعداد آنهائیرا اختیار کنیم که صاحب بزرگترین نماینده باشند و حاصل ضرب آنعوامل کوچکترین مضرب مشترک مطلوبست

مثلا در مثال فوق عوامل $۲^۴$ و $۳^۲$ و $۵^۲$ و ۷ را اختیار میکنیم و حاصل ضرب $۷ \times ۵^۲ \times ۳^۲ \times ۲^۴$ یا ۲۵۲۰۰ کوچکترین مضرب مشترک مطلوبست



مقالهٔ سیم

در کسور و اعداد اعشاری

فصل اول

در کسور متعارفه

مقدمات اصلیه

١٥٥ — هر شیئی که قابل افزایش و نقصان باشد کمیت نامند هر کمیت مشهود و محسوس را که بجهة اندازه گرفتن کمیات هم جنس خود اختیار کنند **واحد** گویند

چون کمیتی دو یا سه یا چند برابر درست شامل کمیت دیگری از جنس خود باشد در اینحالت کمیت اول را مولتیپل کمیت ثانی و بالعکس کمیت ثانی را حصهٔ صحیح کمیت اول خوانند

اندازه گرفتن هر کمیت عبارتست از اینکه تعیین کنیم عدهٔ دفعاتی که کمیت مفروض شامل واحد یا حصهٔ صحیح واحد است و در این موقع ملاحظه نمیکنیم مگر دو حالت بسیط تقدیر یعنی حالتیکه کمیت اندازه گرفتنی مولتیپل واحد یا مولتیپل حصهٔ صحیح واحد باشد



اصول علم حساب

اولاً کمیت مفروضه را مولّد یا واحد فرض میکنیم مثلاً اگر مقصود

اندازه گرفتن طول معینی باشد و واحد اختیاری چهار

منطبق گردد در آنصورت اندازهٔ کمیت مفروضه ۴ خواهد بود

ثانیاً کمیت مفروضه را مولّد یا حصهٔ صحیح واحد فرض کنیم مثلاً

اگر مقصود اندازه گرفتن طول معینی باشد و واحد اختیاری را به ۷ جزء مساوی

قسمت نموده باشیم و کمیت مفروضه شامل پنج جزء از آن اجزا باشد

در این حالت اندازهٔ کمیت مفروضه کسر نسبت از واحد معادل پنج هفتم

در هر حالت نتیجهٔ تقدیر هر کمیت را عدد نامند

چون کمیتی مولّد یا واحد باشد عددی که اندازهٔ اوست صحیح نامند

لهذا ما در این نوع اعداد گفتگو میکردیم

چون کمیتی مولّد یا حصهٔ صحیح واحد باشد عددی که اندازه

اوست کسر گویند

هر کمیتی که اندازه گرفته شد بعدد تحویل گردید مقدار

نامند و علمی که در آن بحث میشود از خواص مقادیر ریاضی

خوانند و اول شعبهٔ آن علم حساب است

[illegible]



در کسور بطور عموم

١٥٦ — بنابر آنچه مقدم شد چون واحد را باجزاء متساوی قسمت کنیم و چند جزء آنرا اختیار نمائیم کسر حاصل میشود عدهٔ اجزاء متساویهٔ واحد را **مخرج** وعدهٔ اجزائیرا که اختیار نموده ایم **صورت** کسر نامند وصورت ومخرج را من حیث المجموع **دو جملهٔ** کسر خوانند

بجهة نوشتن هر کسر متعارفی قاعده آنست که مخرج را در تحت صورت نوشته بواسطهٔ خطی افقی آنهارا از یکدیگر جدا نمائیم **مثلا** $\frac{5}{7}$ میفهماند کسری را که صورت آن ۵ ومخرج آن ۷ است

بجهة خواندن هر کسر قاعده آنست که اول صورت را تلفظ کنند و بعد مخرج را مشروط براینکه لفظ اُم یا **یك** را بر مخرج اضافه نمایند مثلا کسر $\frac{5}{7}$ تلفظ میشود پنج هفتم یا پنج هفت یك

١٥٧ — کسوریکه مخرج آنها از ده تجاوز نکرده با اسم مخصوص دارند چنانچه ذیلا مرقوم نموده ایم

$\frac{1}{10}$	٩	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
عشر	تسع	ثمن	سبع	سدس	خمس	ربع	ثلث	نصف

مثلاً کسور $\frac{3}{7}$ و $\frac{5}{9}$ و $\frac{2}{10}$ را باید ۳ سبع و ۵ تسع و ۲ عشر تلفظ نمود

۱۵۸ — واضح است که کسری کوچکتر یا مساوی یا بزرگتر از واحد است موقوف بانکه صورت آن کوچکتر یا مساوی یا بزرگتر از واحد باشد مثلاً کسری $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{5}$ و $\frac{6}{5}$ بترتیب کوچکتر و مساوی و بزرگتر از واحد میباشند.

۱۵۹ — **رفع و تجنیس** — هر گاه کسری بزرگتر از واحد باشد میتوان جزء صحیح آنرا از کسر خارج نمود و چنین عملی را **رفع** نامند

قاعده — بجهة خارج کردن عدد صحیح از کسر قاعده آنست که صورت را بر مخرج تقسیم نمایند خارج قسمت این تقسیم جزء صحیح کسر مفروض است و بر آن کسری اضافه نمایند که صورت آن باقی مانده تقسیم و مخرج آن همان مخرج کسر مفروض باشد

مثلاً کسر $\frac{33}{7}$ بزرگتر از واحد است و چون صورت را بر مخرج تقسیم کنیم خارج قسمت ۴ و باقی مانده ۵ میشود بنا بر این کسر $\frac{33}{7}$ معادل است با ۴ عدد صحیح و $\frac{5}{7}$

$$\frac{33}{7} = 4 + \frac{5}{7}$$

بالعکس چون عدد صحیحی با کسر همراه باشد میتوان آنرا از جنس

کسر نمود و چنین عملی را تجنیس گویند

قاعده — بجهة تجنیس عدد آنست که عدد صحیح را در مخرج کسر ضرب نموده با صورت جمع کنند و صورت قرار داده مخرج کسر مفروض را نیز در مخرج نویسند

مثلاً $4+\frac{5}{7}$ را میتوان بصورت کسری در آورد باین که ۴ را در ۷ ضرب نموده حاصل ۲۸ را با ۵ اضافه نمایند و این مجموع را که ۳۳ است صورت قرار داده مخرج ۷ را در مخرج نویسند

$$4+\frac{5}{7}=\frac{33}{7}$$

۱۱۰ — **تنبیه** — ممکن است اتفاق افتد که مقصود تحویل عدد صحیح بکسر باشد یعنی مثلاً خواهند ۴ واحد را از جنس سبع نمایند در این حالت عدد مفروض را در مخرج ضرب نموده صورت قرار میدهند و مخرج مفروض را در مخرج مینویسند مثلاً در مثال فوق ۴ واحد معادل میشود با $\frac{28}{7}$

$$\frac{28}{7}=4$$

۱۱۱ — هرگاه صورت کسر را چند مرتبه بزرگ یا کوچک کنیم مقدار کسر بهمان عده بزرگ یا کوچک میشود

مثلا اگر صورت کسر $\frac{۵}{۷}$ را سه مرتبه بزرگ کنیم کسر $\frac{۱۵}{۷}$
حاصل میشود که مقدار آن ۳ برابر کسر اول است

هرگاه مخرج کسر را چندین مرتبه بزرگ یا کوچک نمائیم مقدار
آن بهمان عده کوچک یا بزرگ میشود

مثلا اگر مخرج کسر $\frac{۵}{۷}$ را ۳ مرتبه بزرگ کنیم کسر $\frac{۵}{۲۱}$
حاصل میشود که مقدارش ۳ مرتبه از کسر اول کوچکتر است

بالاخره مقدار کسر تغییر نمی پذیرد اگر صورت و مخرج آنرا
بیک عده بزرگ یا کوچک نمائیم

مثلا اگر صورت و مخرج کسر $\frac{۵}{۷}$ را ۳ مرتبه بزرگ کنیم
کسر $\frac{۱۵}{۲۱}$ حاصل میشود که معادل کسر اول است

در تحویل کسور به بسیط ترین صورت خود

۱۱۲ — کسر را غیر ممکن التحویل گویند در
صورتیکه صورت و مخرج آن نسبت بیکدیگر اول باشند

تحویل نمودن هر کسر به بسیط ترین صورت خود عبارت از تعیین کسر غیر
ممکن التحویلی است که مساوی باشد با کسر مفروض



کسور بطور عموم

۱۱۳ — **قاعده** — بجهة تحویل کسر به بسیط ترین صورت خود

قاعده آنست که مابین دو جملهٔ کسر بزرگترین مقسوم علیه مشترک تعیین نموده صورت و مخرج را بران قسمت نمائیم و دو خارج قسمت را صورت و مخرج قرار دهیم

مثلا اگر کسر $\frac{۲۵۲}{۳۹۶}$ مفروض باشد بزرگترین مقسوم علیه مشترک ما بین ۲۵۲ و ۳۹۶ تعیین میکنیم و آن ۳۶ است پس هر یک از دو جملهٔ کسر مفروض را بر ۳۶ قسمت نموده دو خارج قسمت ۷ و ۱۱ را صورت و مخرج قرار میدهیم تا کسر غیر ممکن التحویل $\frac{۷}{۱۱}$ که معادل کسر مفروض است بدست آید

۱۱۴ — اغلب در عملیات میتوان کسری را به بسیط ترین صورت خود تحویل کرد باینکه عوامل مشترکهٔ صورت و مخرج را که بنظر واضح میشوند حذف نموده هر وقت دو جملهٔ کسر نسبت بیکدیگر اول شدند عمل تمام است

مثلا در کسر $\frac{۲۵۲}{۳۹۶}$ اولا از صورت و مخرج عامل مشترک ۲ را حذف میکنیم و کسر $\frac{۱۲۶}{۱۹۸}$ حاصل میشود حال چون دو جملهٔ کسر اخیر نیز قابل تقسیمند بر ۲ مجددا عامل ۲ را حذف میکنیم و کسر $\frac{۶۳}{۹۹}$ بدست می آید بالاخره چون دو جملهٔ این کسر قابل تقسیمند بر ۹ عامل ۹ را حذف میکنیم و کسر $\frac{۷}{۱۱}$ بدست می آید و چون ۷ و ۱۱ نسبت بیکدیگر اولند کسر $\frac{۷}{۱۱}$ غیر ممکن التحویل است

اصول علم حساب

۱۱۵ ـــ هرگاه صورت کسری مولتیپل مخرج باشد پس از تبدیل یک کسر غیر ممکن التحویل حقیقتاً مخرج یک خواهد بود و در اینحالت نوشتن واحد بمخرج لازم نیست

مثلاً کسر $\frac{۲۴}{۶}$ تحویل میشود به $\frac{۴}{۱}$ یا ۴ پس میتوان هر عدد صحیح را کسری دانست که مخرج آن واحد است

تحویل کسور بیک مخرج

۱۱۶ ـــ تحویل کسور بیک مخرج عبارت از تعیین کسور دیگر است که با کسور اول مساوی و تمام آنها صاحب یک مخرج باشند اولاً بجهة تحویل دو کسر بیک مخرج کافیست که دو جمله هر یک از آنها را در مخرج دیگری ضرب نمائیم

مثلاً اگر این قاعده را در دو کسر $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۳}{۴}$ جاری نمائیم دو کسر $\frac{۲۰}{۲۸}$ و $\frac{۲۱}{۲۸}$ حاصل میشود که صاحب یک مخرج و مساوی با کسور مفروضه هستند

ثانیاً بجهة تحویل چند کسر بیک مخرج کافیست دو جمله هر یک را در حاصل ضرب مخارج کسور دیگر ضرب نمائیم

مثلاً اگر این قاعده را در سه کسر $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۱۳}{۱۴}$ جاری نمائیم حاصل میشود

$$\frac{۱۳\times۷\times۴}{۱۴\times۷\times۴} \quad \frac{۳\times۷\times۱۴}{۴\times۷\times۱۴} \quad \frac{۵\times۴\times۱۴}{۷\times۴\times۱۴}$$

و پس از اجرای اعمال ضرب این سه کسر بدست می آیند

$\frac{۴۴}{۹۲}$ $\frac{۳}{۳}$ $\frac{۲۹۴}{۳۹۱}$ $\frac{۲۸۵}{۳۹۲}$

۱۱۷ — بجهة سنجیدن چند کسر کافی است آنها را بیک مخرج تحویل نمائیم

در آنصورت کسر بزرگتر دارای صورت بزرگتر خواهد بود

مثلاً دو کسر $\frac{۳۳۳}{۱۵۶}$ و $\frac{۳۳۵}{۱۱۳}$ پس از آنکه بیک مخرج

تحویل شدند تبدیل میشوند به دو کسر

$\frac{۳۷۶۲۹}{۱۱۹۷۸}$ و $\frac{۳۵۵۸۸}{۱۱۹۷۸}$ و در اینحالت بسهولت واضح میگردد که کسر دوم بزرگتر است

تنبیه — ممکن است اتفاق افتد که دو کسر صاحب یک صورت باشند

در اینحالت بجهة سنجیدن آنها تحویل بیک مخرج لازم نیست بلکه هر کسری که

مخرجش کوچکتر است بزرگتر خواهد بود

مثلاً دو کسر $\frac{۳۳۳}{۱۵۶}$ و $\frac{۳۳۳}{۱۱۳}$ کسر اولی بزرگتر است

تحویل کسور بکوچکترین مخرج مشترک

۱۱۸ — بر وفق قاعده فوق چند کسر را میتوان تحویل بیک مخرج نمود ولی بطور

کلی مخرجی که باین طریق بدست می آید کوچکترین مخرج مشترک نیست و مخصوصاً بسهولت

و اختصاراً اغلب چندین کسر را تحویل بکوچکترین مخرج مشترک میکنند



قاعده — بجهة تحویل چندین کسر بکوچکترین مخرج مشترک قاعده آنست که اول آن کسور را غیر ممکن التحویل نمائیم و پس از آن ما بین تمام مخارج کوچکترین مولتیپل مشترک تعیین کنیم و آن کوچکترین مخرج مشترک مطلوب است و بجهة تعیین صورت کسور جدید باید کوچکترین مولتیپل مشترک را بر هر یک از مخارج تقسیم نموده خارج قسمتها را در صورتها ضرب میکنیم و حاصل ضرب را صورت قرار میدهیم

مثلا فرض میکنیم این کسور را $\frac{339}{648}$ $\frac{317}{540}$ $\frac{113}{360}$ در این مثال کسور را غیر ممکن التحویل فرض نمودیم پس بجهة تعیین کوچکترین مولتیپل مشترک مخارج آنها را بعاملهای اول تجزیه میکنیم و حاصل میشود

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$
$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$
$$648 = 2^3 \times 3^4$$

کوچکترین مولتیپل مشترک ما بین سه عدد فوق چنین خواهد بود

$$2^3 \times 3^4 \times 5 = 3240$$

و چون این عدد را بر هر یک از مخارج تقسیم کنیم سه خارج قسمت ذیل بدست آید

5 2×3 3^2

یعنی 5 6 9



جمع کسور

پس صور کسور مفروضه را بترتیب در این عدد ضرب میکنیم و کسرهای ذیل حاصل میشوند

۱۵۱۷	۱۹۵۲	۱۶۹۵
۳۲۴۰	۳۲۴۰	۳۲۴۰

۱۱۹ — **تنبیه** — در صورتیکه مخارج کسور مفروضه بیش از دو رقم نداشته باشند میتوان بنظر حالت آنها را نسبت بیکدیگر معین نمود و بنابراین تعیین کوچکترین مولتیپل مشترک سهل میشود

مثلا در کسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{12}$ و $\frac{7}{24}$ بنظر می‌بینیم که دو مخرج ۳ و ۴ متباین اند پس حاصل ضرب آنها یعنی ۱۲ کوچکترین مولتیپل مشترک است و این عدد با مخرج کسر سیم متماثل است پس همان عدد ۱۲ را انتخاب میکنیم و با مخرج کسر چهارم می‌سنجیم و می‌بینیم که ۱۲ و ۲۴ متداخلند بنابراین عدد بزرگتر یعنی ۲۴ کوچکترین مخرج مشترک مطلوبست و کسور مفروضه بکسرهای $\frac{16}{24}$ و $\frac{18}{24}$ و $\frac{10}{24}$ و $\frac{7}{24}$ تبدیل میشوند

فصل دویم

در اعمال کسور

جمع



۱۲۰ — بطور کلی مقصود از عمل جمع تعیین عددیست که حاوی تمام آحاد

یا اجزاء آحادی باشد که دو چندین عدد موجودند

قاعده اول — بجهت جمع چند کسر که صاحب یک مخرج باشند قاعده آنست

که صورتهارا جمع نموده مجموع صورت قرار دهیم و همان مخرج مشترک کسور را مخرج

مثلا $\frac{3}{13}+\frac{7}{13}+\frac{11}{13}=\frac{21}{13}=1+\frac{8}{13}$

قاعده دوم — در صورتیکه کسور مفروضه صاحب یک مخرج نباشند اول آنهارا

بیک مخرج تحویل میکنیم و پس از آن بر وفق قاعده اول عمل مینمائیم

مثلا $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{9}{12}+\frac{10}{12}=\frac{19}{12}=1+\frac{7}{12}$

تنبیه — در صورتیکه تمام یا بعضی از کسور مفروضه با عدد صحیح همراه باشند

کسور را جدا جمع نموده اعداد صحاح را نیز با یکدیگر جمع میکنیم

مثلا بجهت جمع نمودن $4\frac{3}{5}+3\frac{7}{10}+8\frac{2}{3}$ اول کسور را جمع میکنیم

$\frac{3}{5}+\frac{7}{10}+\frac{2}{3}=\frac{59}{30}=1+\frac{29}{30}$

و مجموع اعداد صحاح $4+3+8=15$ خواهد بود

پس حاصل جمع مطلوب چنین میشود

$15+1+\frac{29}{30}=16+\frac{29}{30}$

تفریق

۱



تفریق

۱۲۱ — بطور کلی تفریق عملی است که بواسطهٔ آن از عدد مفروضی نقصان میکنند تمام آحاد یا اجزاء آحادی را که در عدد مفروض دیگر موجود است

قاعدهٔ اولی — جهت تفریق دو کسری که صاحب یک مخرج باشند قاعده آنست که عمل تفریق را در صورت آنها بجای آورده همان مخرج کسور مفروضه را مخرج تفاضل قرار دهند

مثلا $\frac{8}{13} - \frac{3}{13} = \frac{5}{13}$

قاعدهٔ دوم — در صورتیکه کسور مفروضه صاحب یک مخرج نباشند اول آنها را بیک مخرج تحویل میکنیم و پس از آن برطبق قاعدهٔ اول عمل مینمائیم

مثلا $\frac{11}{10} - \frac{3}{4} = \frac{22}{20} - \frac{15}{20} = \frac{7}{20}$

تنبیه — در صورتیکه کسور مفروضه با عدد صحیح همراه باشند عمل تفریق را جدا جدا در اعداد صحیح و در کسور بجا میآوریم و دو تفاضل را مجمع مینمائیم

مثلا — بجهت تفریق $\frac{3}{4} + 5$ از $\frac{11}{10} + 9$ اول ۵ را از ۹ تفریق میکنیم تا تفاضل ۴ بدست آید و پس از آن $\frac{3}{4}$ را از $\frac{11}{10}$ نقصان مینمائیم تا کسر $\frac{7}{20}$ حاصل شود در اینحالت تفاضل مطلوب $\frac{7}{20} + 4$ خواهد بود



ممکن است اتفاق افتد که در اینجا تفریق کسر مفروق از کسر مفروق منه بزرگتر باشد در اینصورت رفع اشکال اجرای قاعدهٔ فوق باین میشود که یک واحد صحیح از مفروق منه را جزء کسر آن نموده بقیهٔ عمل را اتمام نمائیم

مثلاً بجهت تفریق $\frac{۳}{۴} + ۵$ از $\frac{۵}{۱۲} + ۹$ یا $\frac{۹}{۱۲} + ۵$ از $\frac{۵}{۱۲} + ۹$ یک واحد از عدد صحیح ۹ جزء کسر $\frac{۵}{۱۲}$ نموده عمل را راجع میکنیم بتفریق $\frac{۹}{۱۲} + ۵$ از $\frac{۱۷}{۱۲} + ۸$ و موافق قاعدهٔ فوق باقی ماندهٔ این تفریق $\frac{۸}{۱۲} + ۳$ یا بطور اختصار $\frac{۲}{۳} + ۳$ خواهد بود

ضرب

۱۳۲ — ضرب نمودن عدد در کسر عبارتست از تقسیم نمودن آن عدد بآن قدر از اجزاء متساویه که در مخرج کسر مفروض موجود است و اختیار نمودن آنقدر از آن اجزاء که در صورت کسر واحد یافت میشود

مثلاً ضرب نمودن عددی در $\frac{۲}{۳}$ عبارت است از تقسیم نمودن عدد مفروض بر سه جزء متساوی و اختیار نمودن ۲ عدد از آن اجزاء

قاعدهٔ اول — بجهت ضرب کسر در عدد صحیح یا ضرب عدد صحیح در کسر باید صورت آن را در عدد صحیح ضرب نمود



مثلا $\frac{5}{7}\times 4=\frac{5\times 4}{7}=\frac{20}{7}$

در صورتیکه مخرج کسر مفروض قابل تقسیم باشد بر عدد صحیح میتوان محض اختصار مخرج را بر عدد صحیح قسمت نمود

مثلا $\frac{9}{16}\times 4=\frac{9}{16:4}=\frac{9}{4}$

قاعدهٔ دویم — بجهت ضرب دو کسر در یکدیگر باید صورت و مخرج آنها را در یکدیگر ضرب نمود

مثلا $\frac{5}{7}\times\frac{4}{9}=\frac{5\times 4}{7\times 9}=\frac{20}{63}$

تنبیه — در صورتیکه دو کسر مفروض با عدد صحیح همراه باشند اول آنها را تجنیس میکنیم و بعد بر وفق قاعده دویم عمل را اتمام مینمائیم

مثلا $(2+\frac{3}{4})(3+\frac{2}{3})=\frac{11}{4}\times\frac{11}{3}=$

$=\frac{121}{12}=10+\frac{1}{12}$

تقسیم

۱۲۳ — بطور کلی مقصود از تقسیم در صورتیکه حاصل ضرب دو عامل و یکی از آنها معلوم باشد تعیین عامل دیگر است

قاعدهٔ اول — بجهت تقسیم کسر بر عدد صحیح کافیست مخرج آنرا در عدد صحیح ضرب نمائیم



مثلا $\frac{5}{7}:4=\frac{5}{7\times4}=\frac{5}{28}$

در صورتیکه صورت کسر مفروض بر عدد صحیح قابل قسمت باشد
میتوان محض اختصار صورت را بر عدد صحیح قسمت نمود

مثلا $\frac{16}{25}:4=\frac{16:4}{25}=\frac{4}{25}$

قاعده دوم — بجهة تقسیم عدد صحیح بر کسری یا تقسیم کسری بر کسری
قاعده آنست که کسر مقسوم علیه را معکوس نموده عمل ضرب بجا آوریم

مثلا $5:\frac{3}{4}=5\times\frac{4}{3}=\frac{20}{3}$

و $\frac{5}{7}:\frac{3}{4}=\frac{5}{7}\times\frac{4}{3}=\frac{20}{21}$

در صورتیکه صورت کسر مقسوم علیه بر مقسوم صحیح قابل قسمت باشد محض
اختصار صورت را بر عدد صحیح قسمت میکنیم و کسر حاصل را معکوس مینمائیم

مثلا $5:\frac{25}{31}=\frac{31}{25:5}=\frac{31}{5}$

تنبیه — اگر کسور مفروضه با عدد صحیح همراه باشند
اول تجنیس میکنیم و بعد عمل را باتمام میرسانیم

مثلا $(2+\frac{3}{4}):(5+\frac{2}{3})=\frac{11}{4}:\frac{17}{3}=\frac{11\times3}{17\times4}=\frac{33}{68}$

۱۲۴ — در تقسیم اعداد صحاح هنگامی که باقیمانده موجود باشد عدد صحیحی که در خارج قسمت پیدا میکنیم خارج قسمت کامل نیست بلکه جزء صحیح آنست و بنابراین محض تکمیل خارج قسمت کسری بر جزء صحیح آن اضافه مینمائیم که صورتش باقی مانده تقسیم و مخرجش مقسوم علیه باشد

مثلا در تقسیم ۳۵ بر ۸ جزء صحیح خارج قسمت ۴ و باقیمانده تقسیم ۳ است پس خارج قسمت کامل این تقسیم $\frac{3}{8}+4$ خواهد بود

قوای کسور

۱۲۵ — در اقوای اعداد صحاح آنچه مذکور نمودیم در کسور نیز تطبیق میکنند بجهة اینکه کسری را بقوه‌ای رسانیم کافی است صورت و مخرج آنرا جدا جدا بقوه برسانیم

مثلا $(\frac{3}{5})^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{81}{625}$

فصل ششم

در اعداد اعشاری

مقدمه

۱۲۶ — سابقاً معلوم شد که بتوسط کسور عادی کمیاتی را تقدیر میتوان کرد که مشتمل بر یکی از اجزاء واحد باشند ولی بهتر و سهلتر است بجهة تقدیر این نوع



کمیات محققاً مبنی است بر تقسیم اعشاری واحد یعنی اندازه کمیت ها
کمیت با اجزائی که حاصل میشوند در صورتیکه واحد صحیح را بر
۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ جزء متساوی قسمت نمائیم

پس اجزاء اعشاری واحد عبارتند از دهم و صدم و هزارم وغیره که

آحاد مراتب اعشاری نیز گویند مثلاً دهم واحد

مرتبه دوم اعشار است و همچنین الی آخر و از اینجا نیز معلوم میشود
که دهم معادل است با ده صدم و صدم معادل ده هزارم و بطور
کلی واحد هر یک از مراتب اعشاری ده برابر واحد بعد است

عدد اعشاری عددیست که مینماید عده آحاد و اجزاء اعشاری
آحادی را که کمیت مفروض شامل بوده و از اینقرار هر عدد اعشاری
ممکن است مرکب باشد از یکجزء صحیح و یکجزء اعشاری و رقم هر یک
از مراتب اعشاری کوچکتر است از ده

قاعده بجهت نوشتن اعداد اعشاری

۱۲۷ — اعداد اعشاری را میتوان مانند اعداد صحیح نوشت از آنجهت
که آحاد مراتب اعشاری نیز مانند آحاد مراتب صحاح ده ده بالا میروند پس

[حاشیه: یعنی اول اعشار دهم و دوم صدم و سوم هزارم]

اعداد اعشاری

بعد از نوشتن جزء صحیح عدد اعشاری ارقام دهم و صدم و غیره را بتوالی آن مرقوم نموده محض اینکه رقم مرتبه آحاد معین باشد و واضح گردد که ارقام اعشار از کجا شروع شده اند این علامت (,) را بعد از رقم آحاد قرار میدهند و آنرا ممیّز نامند

مثلاً اگر عدد اعشاری شامل ۳۵ واحد ۳ عشر و ۵ هزارم و ۷ ده هزارم باشد آنرا چنین نویسند ۳۵,۳۰۵۷ و در این مثال بجای مرتبه صدم که مفقود بوده صفر وضع نمودیم

تنبیه — در صورتیکه عدد اعشاری مفروض جزء صحیح نداشته باشد صفری بجای آن وضع میکنیم و ممیز را بعد از آن قرار داده مراتب اعشار را بتوالی آن مرقوم میداریم

مثلاً اگر عدد اعشاری شامل ۳ دهم و ۵ هزارم و ۷ ده هزارم باشد چنین مینویسیم ۰,۳۰۵۷

۱۲۱ — مقدار عدد اعشاری تغییر نمیکند چه در صورتیکه یک یا چند صفر بر یمین آن اضافه نمائیم

مثلاً هر ۳,۵ و ۳,۵۰۰ متساوی هستند از آنجهت که هر یک شامل ۳ واحد صحیح و ۵ دهم میباشند و از اینقرار میشود هر عدد صحیحی را مانند

عدد اعشاری نوشته نمود که ارقام مراتب اعشار آن صفر باشند
مثلا ۱٫۳۰ را میتوان ۱٫۳ یا ۱٫۳۰۰ را ۱٫۳ نوشت

هر عدد اعشاری را میتوان بر ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ و غیره ——— ۱۲۹
ضرب یا تقسیم نمود باینکه ممیز را یک یا دو یا سه مرتبه بسمت یمین یا یسار حرکت داد
مثلا حاصل ضرب ۱۱۳٫۷۶۹۲ در ۱۰۰۰ عدد
۱۱۳۷۶۹٫۲ و خارج قسمت آن بر ۱۰۰ عدد ۱٫۱۳۷۶۹۲
خواهد بود

ممکن است اتفاق واقع شود که عدد ارقام جزء صحیح یا جزء اعشاری عدد مفروض کافی نباشد و نتوان ممیز را بسمت یمین یا یسار حرکت داد در اینصورت رفع اشکال باین نحو میشود که در یمین جزء اعشار یا در یسار جزء صحیح عدد مفروض چند صفر اضافه نمایم
مثلا اگر مقصود تقسیم عدد ۳۵٫۶ باشد بر ۱۰۰ در اینصورت بجای ۳۵٫۶ که ارقام جزء صحیحش کافی نیستند ۰۰۳۵٫۶ مینویسیم و پس از آن ممیز را دو مرتبه بسمت یسار حرکت داده عدد ۰٫۳۵۶ خارج قسمت مطلوب خواهد بود

قاعده بجهة خواندن عدد اعشاری که بارقام نوشته شده باشد

۱۳۰ ـــ قاعده ـــ برای خواندن عدد اعشاری قاعده آنست که اول جزء صحیح آنرا تلفظ نمائیم و پس از آن جزء سمت یمین ممیز را مثل اینکه عدد صحیح باشد بخوانیم و در آخر اسم مرتبهٔ اعشاری رقم اخیر را ذکر نمائیم

مثلا عدد ۳۵/۳۰۵۷ را باید چنین تلفظ نمود سی و پنج عدد صحیح و سه هزار و پنجاه و هفت ده هزارم

اغلب وقتیکه عدد اعشاری مختصر باشد تمام آنرا قطع نظر از ممیز مثل اینکه عدد صحیح باشد میخوانند و پس از آن مرتبهٔ اعشاری رقم اخیر را ذکر میکنند

مثلا همین عدد ۳۵/۳۰۵۷ را بدین طریق خوانند سیصد و پنجاه و سه هزار و پنجاه و هفت ده هزارم

بالعکس وقتیکه عدد اعشاری مفصل باشد اغلب جزء اعشاری را ابتدا از یسار بقطعات سه رقمی قسمت میکنند و ممکن است که آخرین قطعه سمت یمین صاحب یک یا دو رقم باشد در اینحالت یک یا دو صفر بر آن اضافه مینمایند و پس از آن جزء صحیح را تلفظ نموده هر یک از آن قطعات را بتوالی میخوانند و در آخر هر قطعه اسم مرتبهٔ اعشاری رقم اخیر آنرا ذکر میکنند

مثلا عدد ۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷ را چنین تلفظ میکنند



اصول علم حساب

سه عدد صحیح و صد و چهل و یک هزارم و پانصد و نود و دو میلیونیم و ششصد و پنجاه و سه بلیونیم و پانصد و هشتاد و نه تریلیونیم و هفتصد کاتریلیونیم

تحویل عدد اعشاری بکسر متعارفی

۱۳۱ — قاعده — بجهت تحویل عدد اعشاری بکسر متعارفی کافیست ممیز را حذف کنیم و حاصل را بر واحدی که بعده ارقام اعشاری عدد صفر در ضمن داشته باشد تقسیم نمائیم

مثلا $۳۵٫۳۰۵۷ = \frac{۳۵۳۰۵۷}{۱۰۰۰۰}$

بالعکس بجهت اینکه بصورت عدد اعشاری کسری را در آوریم که مخرج آن یکی از قوای ده باشد کافیست صورت را نوشته باعلامت ممیز بعدد اصفار مخرج ارقام اعشاری از آن جدا کنیم

پس اعداد اعشاری نظیر کسور متعارفی اند که مخرج آنها یکی از قوای ده باشد و باین واسطه آنها را کسر اعشاری نیز گویند

جمع اعداد اعشاری

۱۳۲ — بجهت جمع چند عدد اعشاری قاعده اینست که آن اعداد را زیر هم یکی بعد دیگری بطریقی نویسیم که تمام ممیزها بمحاذات یکدیگر واقع شوند

اعمال اعداد اعشاریه

وپس از آن عمل جمع را مانند اعداد صحاح بجای آوریم و در حاصل جمع
نیز ممیزی بمحاذات ممیز اعداد مفروضه وضع نمائیم
مثلا فرض میکنیم که مقصود جمع نمودن اعداد
٣١/٤١٥ و ٩٨/٦٩ و ٣/١٨٣ باشد
در اینصورت آنها را در تحت یکدیگر بطریقی مینویسیم که ممیزها بمحاذات یکدیگر
واقع شوند و آنوقت عمل جمع را بجا می آوریم و صورت عمل چنین میشود

٣/١٨٣
٩٨/٦٩
٣١/٤١٥
―――――
١٣٣/٢٨٨

تفریق اعداد اعشاریه

قاعده ١٣٣ — بجهة تفریق دو عدد اعشاری

قاعده آنست که عدد کوچکتر را در تحت عدد بزرگتر بطریقی نویسیم
که ممیزها بمحاذات یکدیگر واقع شوند و آنوقت مثل اعداد صحاح عمل نمود
در حاصل ممیزی بمحاذات ممیز مفروق و مفروق منه وضع نمائیم



واگر عدهٔ ارقام اعشار یکی از دو عدد مفروض کمتر باشد صفر اضافه مساوی نموده میکنیم وآنوقت عمل را باتمام میرسانیم

مثلا فرض میکنیم که مقصود تفریق ۹۸۶٫۹۶ از ۳۱۴۱٫۵۹ باشد دراینصورت عدد کوچکتر را در تحت عدد بزرگتر منبویسیم وصورت عمل چنین میشود

۳۱۴۱٫۵۹
۹۸۶٫۹۶
―――――
۲۱۵۴٫۶۳

ضرب اعداد اعشاری

۱۳۴ ـــ **ضرب عدد اعشار در عدد صحیح** ـــ بجهت ضرب هر عدد اعشاری در عدد صحیح قاعده آن است که قطع نظر از ممیز نموده مانند اعداد صحیح عمل ضرب را بجا آوریم وپس از آن از سمت یمین حاصل ضرب با ممیز بعده ارقام اعشار مضروب رقم جدا نمائیم مثلا اگر مقصود ضرب ۱۴٫۱۲۳ باشد در ۳۴ صورت عمل چنین میشود

۳/۱۴۱
۲۳
―――
۹۴۲۳
۶۲۸۲
―――
۷۲/۲۴۳

۱۳۵ ـــ ضرب عدد اعشاری ـــ بجهة ضرب دو عدد اعشاری در یکدیگر قاعده آنستکه قطع نظر از ممیزها نموده عمل ضرب را مانند اعداد صحاح بجای آوریم و پس از آن از سمت یمین حاصل ضرب با ممیزی بقدر مجموع عده ارقام اعشاری مضروب و مضروب فیه رقم جدا کنیم

مثلا اگر مقصود ضرب ۳/۱۴ در ۹/۸ باشد صورت عمل چنین است

۳/۱۴
۹/۸
―――
۲۵۱۲
۲۸۲۶
―――
۳۰۷۷۲

تقسیم اعداد اعشاری

۱۳۶ — تقسیم عدد اعشاری بر عدد صحیح — بجهة تقسیم عدد اعشاری بر عدد صحیح قاعده آنست که قطع نظر از ممیز نموده عمل تقسیم را مانند اعداد صحاح بجا آوریم و پس از آن از سمت یمین خارج قسمت با ممیز بعده ارقام اعشار مقسوم جدا کنیم

مثلا اگر مقصود تقسیم ۳۱٫۴۱۵ باشد بر ۱۲ صورت عمل چنین شود

۳۱٫۴۱۵	۱۲
۷۴	۲٫۶۱۷
۲۱	
۹۵	
۱۱	

خارج قسمت مطلوب ۲٫۶۱۷ است باضافه کسری از هزارم لیکن از این کسر هزارم که در ما نحن فیه $\frac{۱۱}{۱۲}$ است اغلب صرف نظر میکنند و در اینجا گویند ۲٫۶۱۷ خارج قسمت مطلوبست تا کمتر از یک هزارم بتقریب.

عدد ۲٫۶۱۷ مقدار تقریبی خارج قسمت است تا کمتر از یک هزارم و عدد ۲٫۶۱۸ نیز مقدار تقریبی آن خارج قسمت است تا کمتر از یک هزارم



ولی عدد اول از خارج قسمت حقیقی کوچکتر و عدد ثانی بزرگتر از آنست
باین واسطه تقریب عدد اول را **نقصانی** و تقریب عدد ثانی را
اضافی نامند

تنبیه — بر وفق این قاعده یا مقدار حقیقی خارج قسمت
بدست آید و یا مقدار تقریبی آن تا کمتر از یک واحد مرتبهٔ رقم اخیر
مقسوم لیکن میتوان خارج قسمت را تا هر قدر تقریب بخواهیم حساب کنیم
بنابراینکه در سمت یمین مقسوم بقدر کفایت صفر اضافه نمائیم

مثلا اگر مقصود تعیین خارج قسمت ۳۲٫۹۰ باشد بر ۱۲ تا کمتر از یک
هزارم تقریب تقسیم ۳۲٫۹۰۰ و ۱۲ را بجا می‌آوریم و صورت عمل چنین میشود

۳۲٫۹۰۰	۱۲
۸۹	۲٫۷۴۱
۵۰	
۲۰	
۸	

خارج قسمت مطلوب ۲٫۷۴۱ است تا کمتر از یک هزارم
تقریب و تقریب آن نقصانی است



در مسائل فوق عوض اینکه اصفار از یمین مقسوم بنویسیم و پس از آن قسمت کنیم
آوریم یک مرتبه در یمین باقیهای متوالی آن اصفار را وضع مینمودیم و از اینقرار میتوان گفت
که عمل تقسیم را بطریقه معمول جاری داشتیم و چون بباقیمانده هیچ رسیدیم
صفری اضافه نموده عمل تقسیم را ممتد نمودیم تا هر قدر لازم باشد پیش میرویم

۱۳۷ — تقسیم عدد صحیح یا عدد اعشاری بر عدد اعشاری — تقسیم

عدد صحیح یا عدد اعشاری بر عدد اعشاری قاعده آنست که ممیز مقسوم
علیه را حذف کنیم و مقسوم را در واحدی که بعده ارقام مقسوم علیه صفر
داشته باشد ضرب کنیم و از آن وقت قاعده فوق (۱۳۶) را مجری داریم
مثال ۱ اگر مقصود تقسیم ۳۱۴٫۱۵۹ باشد بر ۹٫۸۶ ممیز مقسوم علیه را حذف میکنیم
و مقسوم را در ۱۰۰ ضرب میکنیم و عمل راجع بتقسیم ۳۱۴۱۵٫۹ بر ۹۸۶ انتقال میشود

۳۱۴/۱۵۹	۹۸۶
۱۸۳۵	۵/۳۱۸
۸۴۹۹	
۸۴۹۹	
۶۱۱	



۱۳۸ — باقیمانده هر تقسیم اعشاری همیشه از جنس مرتبه آخرین رقم اعشاری مقسوم است مثلا در تقسیم (۱۳۶) باقیمانده ۱۱ هزارم است و مقسوم مفروض ۵۱۴ر۱۲ و عدد مسئله (۱۳۷) باقیمانده تقسیم ۱۰۸ر۰ است ولی چون مقسوم را در ۱۰ ضرب نموده بودیم باقیمانده حقیقی ۰۰۱۰۸ر۰ بوده بود و مقسوم ۵۱۴ر۱۲۳ و چنانچه دیده میشود در هر حالت باقیمانده از جنس آخرین رقم مقسوم است

فصل چهارم

در تقدیر تقریبی کمیات و اعداد

حدود

۱۳۹ — تقدیر هر کمیت تا کمتر از یک واحد تقریب عبارتست از تعیین بزرگترین عدد صحیحی که در کمیت مفروض واحد موجود باشد این عدد و عدد بلا واسطه فوقانی آن اندازه کمیت مفروض خواهند بود تا کمتر از یک واحد تقریب اولی را نقصانی و دومی را اضافی گویند

بطور کلی تقدیر هر کمیت تا کمتر از کسری مثل $\frac{1}{7}$ تقریب عبارتست از تعیین بزرگترین عدد صحیحی که سبع واحد در کمیت مفروض موجود باشد مثلا

اگر کمیتی بزرگتر باشد از ۵ مرتبه سبع واحد و کوچکتر باشد از ۶ مرتبه سبع واحد در اینصورت دو کسر $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۶}{۷}$ اندازه تقریبی آن کمیت خواهند بود تقریب اولی نقصانی و تقریب دومی اضافی است

تحدید تقریبی کسور

۱۴۵ — بجهت توضیح مسئله تحدید تقریبی کسور چند مثال ذکر میکنیم

۱ — بجهت تحدید هر کسر با کمتر از یک واحد تقریب کافیست اختیار کنیم عدد صحیح واکه در آن کسر مندرج است یا عدد صحیح بلاواسطه فوقانی آنرا

مثلاً فرض میکنیم کسر $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ را و آنرا رفع مینمائیم

$$\frac{۳۵۵}{۱۱۳} = ۳ + \frac{۱۶}{۱۱۳}$$

پس کسر مفروض واقع است ما بین ۳ و ۴ و این دو عدد مقادیر تقریبی کسر مذکورند با کمتر از یک واحد تقریب تقریب عدد اول نقصانی و تقریب عدد ثانی اضافیست

۲ — بجهت تحدید هر کسر با کمتر از $\frac{۱}{۲}$ تقریب کافیست حاصل ضرب کسر مفروض را در مخرج کسر تقریب ضرب کنیم و حاصل را با کمتر از یک واحد تقریب تحدید نمائیم و دو مقدار تقریبی را که بدست آید بمخرج کسر تقریب تقسیم نمائیم.

مثال ۱ اگر مقصود تقلیل کسر $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ باشد تا کمتر از $\frac{۱}{۷}$ تقریب اول آن را در ۷ ضرب میکنیم و حاصل را تا کمتر از یک واحد تقریب تقلیل مینمائیم

$$\frac{۳۵۵ \times ۷}{۱۱۳} = \frac{۲۴۸۸}{۱۱۳} = ۲۰ + \frac{۱۱۲}{۱۱۳}$$

بنابراین مقادیر تقریبی کسر $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ تا کمتر از $\frac{۱}{۷}$ تقریب دو کسر $\frac{۲۱}{۷}$ و $\frac{۲۲}{۷}$ خواهند بود

تحویل کسور متعارفه بکسور اعشاری

۱۰۱ — اعمال اعداد اعشاری کاملاً مشابهند با اعمال اعداد صحیح و باین واسطه محاسبهٔ این نوع کسور اسهل از محاسبهٔ کسور متعارفه است و اغلب در عملیات کسور متعارفه را قبل از محاسبات خواه تماماً و خواه بعضاً به کسور اعشاری مبدل میکنند

بجهة تحویل هر کسر متعارفی بکسر اعشاری تا کمتر از یک واحد اعشاری معین تقریب قاعده آنستکه صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم نمایند و بر باقیمانده‌ها متوالیاً صفر اضافه نموده عمل تقسیم را تا بحدی تعقیب نمایند که آخرین رقم خارج قسمت از جنس همان مرتبه اعشاری معین باشد

مثلاً اگر مقصود تحویل کسر $\frac{۵}{۷}$ باشد بکسر اعشاری



تا کمتر از میلیونیم تقریب صورت عمل چنین میشود

۵۰	۷
۱۰	۰٫۷۱۴۲۸۵
۳۰	
۲۰	
۶۰	
۴۰	
۵	

مقدار تقریبی کسر $\frac{۵}{۷}$ تا کمتر از یک میلیونیم تقریب

۰٫۷۱۴۲۸۵ خواهد بود

در کسور متناوبه

۱۴۲ — در تحویل کسر متعارفی بکسر اعشاری ممکن است دو حالت اتفاق افتد

حالت اول آنست که اگر بعد از کفایت عمل تقسیم را امتداد دهیم بباقی مانده صفر خواهیم رسید و در اینجا گویند کسر متعارفی قابل تحویل است بکسر اعشاری و خارج قسمت اندازه تحقیقی کسر متعارفی مفروض است

حالت ثانی آنستکه عمل تقسیم را هر قدر هم متمادی نمائیم بباقی مانده صفر نخواهیم رسید و ناهر را از خارج قسمت که توقف نمائیم مقدار تقریبی کسر متعارفی مفروض است تا واحد اعشاری همان رقم آخر خارج قسمت بدست می آید در این حالت هم

کسور متناوبه

پس از آنکه بقدر کفایت تقسیم را ممتد نمائیم یک عده معین از ارقام خارج قسمت بترتیب مکرر میشوند و عدد اعشاری را که در خارج قسمت حاصل است کسر متناوب گویند

بجهت مثال حالت اولی کسر $\frac{۵}{۸}$ را فرض میکنیم و عمل تقسیم را بجای آوریم

۵ | ۸ — ۰٫۶۲۵

۵۰
۲۰
۴۰
۰

چنانکه دیده میشود پس از ۳ رقم خارج قسمت عمل تقسیم باقی مانده صفر منتهی گردید پس کسر $\frac{۵}{۸}$ قابل تحویل بکسر اعشاری است و مقدار تحقیقی آن ۰٫۶۲۵ است

بجهت مثال حالت دویم کسر $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۵}{۶}$ را اختیار میکنیم و عمل تقسیم را بجای آوریم

۳۰ | ۷ — ۰٫۴۲۸۵۷۱۴....

۵۰ | ۶ — ۰٫۸۳۳....

۲۰
۲۰

۲۰
۶۰
۴۰
۵۰
۱۰
۲
۲۰
⋮

چنانکه ظاهر است در این دو تقسیم خارج قسمتها کسر متناوب اند



وچند رقم خارج قسمت بترتیب مکرر گردیده اند در تحویل کسر ۵/۶ رقم ۳

در خارج قسمت مکرر میشود و در تحویل کسر ۳/۷ شش رقم

۴ و ۲ و ۸ و ۵ و ۷ و ۱

تمام ارقامی که بترتیب مکرر میشوند **دوره گردش** نامند

وکسر متناوب را **بسیط یا مرکب** خوانند بصورتیکه دوره

گردش بلافاصله بعد از ممیز شروع شود و یا بعد از چند رقم

دیگر **مثلا** کسر ۰/۱۳۳ متناوب مرکب است و ابتدای دوره

گردش بعد از دو رقم است وکسر ۰/۴۲۸۵۷۱۴۰۰

متناوب بسیط است

در هر کسر متناوب مرکب ارقامی که بعد از ممیز واقعند و مکرر

نمیگردند **دوره غیر گردش** گویند **مثلا** در کسر

متناوب مرکب ۰/۸۳۳۳ رقم ۸ دوره غیر گردش است

۴۳ — میتوان قبل از تقسیم معین نمود که کسر متعارفی قابل

تحویل است به کسر اعشاری یا نیست در حالت اول عده ارقام خارج

قسمت چند است و در حالت ثانی کسر متناوبی که بدست می‌آید مرکب

یا بسیط خواهد بود

بجهة این فقره کسر متعارفی را غیر ممکن التحویل نموده مخرج آنرا بعاملهای اول خود تجزیه میکنند در آنحالت

۱ — اگر در مخرج جز عوامل ۲ و ۵ عامل اول دیگر موجود نشود کسر مفروض قابل تحویل است به کسر اعشاری و عده ارقام خارج قسمت مساوی است به بزرگترین نماینده عامل ۲ یا ۵ **مثلا** کسر غیر ممکن التحویل $\frac{27}{40}$ را فرض میکنیم و مخرج ۴۰ را بعوامل اول خود تجزیه مینمائیم

$$5 \times 2^3 = 40$$

و معلوم میشود که کسر $\frac{27}{40}$ قابل تحویل است به کسر اعشاری و عده ارقام خارج قسمت ۳ است چنانچه از تقسیم واضح میشود

۲° — اگر در مخرج هیچیک از دو عامل ۲ و ۵ موجود نبودند و عامل اول دیگر موجود بود کسر مفروض بدل میشود به کسر متناوب بسیط.

مثلا کسر غیر ممکن التحویل $\frac{19}{21}$ را فرض میکنیم و مخرج ۲۱ را بعوامل اول خود تجزیه مینمائیم.

$$7 \times 3 = 21$$



ومعلوم میشود که کسر $\frac{19}{21}$ تحویل خواهد شد به کسر متناوب بسیط

۳ — اگر در مخرج علاوه بر یکی از دو عامل ۲ و ۵ عامل اول دیگر هم موجود بود کسر مفروض بدل میشود به متناوب مرکب و عده ارقام غیر گردش مساوی است به بزرگترین نماینده عامل ۲ یا ۵

مثلا کسر غیر ممکن التحویل $\frac{151}{280}$ را فرض میکنیم و مخرج ۲۸۰ را بعوامل اول خود تجزیه مینمائیم

$$280 = 2^3 \times 5 \times 7$$

ومعلوم میشود که کسر $\frac{151}{280}$ تحویل خواهد شد به کسر متناوب مرکب و عده ارقام غیر گردش ۳ خواهد بود

کسر منتج

۴۱ — در صورتیکه کسر متناوب مفروض باشد میتوان تعیین نمود کسر متعارفی نظیر آن یعنی کسر متعارفی را که پس از تحویل به کسر متناوب مفروض مبدل میشود وآنرا کسر متعارفی منتج نامند

در این عمل همیشه از عدد صحیح قطع نظر میکنیم و چون کسر منتج بدست آمد میتوان بعمل تجنیس اگر عدد صحیح موجود بوده جزء کسر نمود

۱ — کسر منتج هر کسر متناوب بسیط کسری است که صورتش جمله گردش و مخرجش

عددی باشد مرکب از انقدر ۹ که در جمله گردش رقم موجود است

مثلا $\frac{۷۲۶}{۹۹۹} = ۰/۷۲۶۷۲۶...$

۲ — کسر منتج هر کسر متناوب مرکب کسری است که صورتش تفاضل جمله غیر گردش و یک جمله گردش باشد بر جمله غیر گردش و مخرجش عددی مرکب از آنقدر ۹ که در گردش و آنقدر صفر که در غیر گردش رقم موجود است

مثلا $\frac{۶۵۴۳۲-۶۵}{۹۹۹۰۰} = ۰/۶۵۴۳۲۴۳۲...$

۱۴۵ — **تنبیه** — اگر کسر متناوب مفروض دارای عدد صحیح باشد اول از آن قطع نظر میکنیم و پس از آن تجنیس مینمائیم

مثلا

$۳/۷۶۵۰۱۵۰۱... = ۳ + \frac{۷۶۵۰۱-۷۶}{۹۹۹۰۰}$

$= ۳ + \frac{۷۶۴۲۵}{۹۹۹۰۰} = \frac{۳۷۶۱۲۵}{۹۹۹۰۰}$



مقالهٔ چهارم

در اعداد اصم

فصل اوّل

در جذر اعداد

مقدّمات اصلیّه

ع ۱ — هرگاه دو کمیّت مولّد یک کمیّت ثالثی باشند این کمیّت ثالث را مقابل و مشتق دو کمیّت اول نامند

دو کمیّت را نسبت بیکدیگر منطق یا اصم گویند موافق آنکه مقیاس مشترکی داشته باشند یا نه

هرگاه کمیّتی نسبت بواحد انتخابی مقیاس مشترکی داشته باشد در اینصورت مقیاس مشترک مذکور یا خود واحد خواهد بود و یا یکی از حصص صحیح واحد در حالت اوّل اندازه کمیّت مفروض عدد صحیح خواهد بود و در حالت ثانی عدد کسری

هرگاه کمیّتی با واحد انتخابی مقیاس مشترکی نداشته باشد واضح است که نمیتوان اندازه تحقیقی آنرا بعدد صحیح یا عدد کسری بیان نمود ولی اگر واحد انتخابی را بر اجزاء متساوی قسمت نمائیم و با یکی از اجزا کمیّت

جذر اعداد

مفروض است تقدیر کنیم دو مقدار تقریبی آن بدست آیند و هر قدر

اجزاء متساویه واحد را بیشتر قرار دهیم تقریب کمتر خواهد بود

عدد را منطق یا اصم گویند موافق آنکه کمیتی که آن عدد اندازه

او است با واحد آنیکه آن نسبت منطق یا اصم باشد

اعداد منطق عبارتند از اعداد صحاح و کسور

در مجذور و جذر اعداد

۱۴۷ — مجذور یا مربع یا قوه دویم هر عدد حاصل ضرب دو عامل مساوی

بر آن عدد است مثلا مجذور ۵ عدد ۲۵ و مجذور ۷ عدد ۴۹ است

و چنانچه سابقا مذکور داشتیم مجذور هر کسر حاصل میشود در

صورتیکه دو جمله آنرا مجذور نمائیم

جذر یا ریشه دویم یا ضلع مربع هر عدد

عددی است که چون آنرا مجذور نمائیم عدد مفروض حاصل گردد مثلا

جذر ۲۵ عدد ۵ و جذر ۴۹ هم عدد ۷ است

جذر هر عدد را با این علامت √ مینمایند و آنرا **رادیکال**

گویند مثلا √۲۵ تلفظ میشود



جذر ۲۵ و $\sqrt{\frac{۴}{۹}}$ تلفظ میشود جذر $\frac{۴}{۹}$

۱۴۶ — هر عددی که مجذور عدد صحیح یا عدد کسری باشد آنرا مجذور کامل گویند چه جذر به تعیین عدد منطق است و در غیر اینحالت جذر عدد مفروض اصم خواهد بود

۴۹ — عملی که باعانت آن تعیین میکنند جذر منطق یا مقدار تقریبی جذر اصم را **استخراج جذر** نامند

بجهت استخراج جذر از ذکر چند خاصیت ناگزیریم

اولاً مجذور حاصل جمع دو عددی مساوی است به مجذور عدد اول باضافه ضعف حاصل ضرب عدد اول در عدد دویم باضافه مجذور عدد دویم

مثلاً $(۳+۲)^۲ = ۳^۲ + ۲×۳×۲ + ۲^۲$

ثانیاً چون هر عددی که بزرگتر باشد از ۹ مرکب خواهد بود از عشرات و آحاد پس میتوان گفت که مجذور هر عددی که مرکب باشد از عشرات و آحاد مساوی است به مجذور عشرات باضافه ضعف حاصل ضرب عشرات در آحاد باضافه مجذور آحاد

ثالثاً جدول مجذورات اعداد یک رقمی از اینقرار است

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	۶۴	۸۱

ومجذورات قوای متوالیه ۱۰ از اینقرارند

۱۰ ۱۰۰ ۱۰۰۰ ۱۰۰۰۰ ۱۰۰۰۰۰ ۱۰۰۰۰۰۰ ۱۰۰۰۰۰۰۰۰

۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

وبملاحظهٔ اول معلوم میشود که جذر هر عدد کوچکتر از ۱۰۰

یعنی جذر هر عدد دو رقمی صاحب یک رقم خواهد بود

در استخراج جذر اعداد صحاح

۱۵۰ — در استخراج جذر هر عدد صحیح دو حالت ممکن است اتفاق افتد

حالت اول جذر عدد کوچکتر از ۱۰۰

حالت دوم جذر عدد بزرگتر از ۱۰۰

۱۵۱ — حالت اول بجهة استخراج جذر عددیکه بیش از دو رقم نداشته باشد

قاعده آنست که مابین مجذورات متوالیه اعداد یک رقمی مجذوری تفحص

کنیم که یا مساوی عدد مفروض باشد یا کوچکتر از آن مشروط بر آنکه مجذور

مابعد بزرگتر از آن عدد باشد در اینحالت رقمی که در فوق آن مجذور

نوشته شده جذر عدد مفروض است

اگر عدد مفروض در جدول مجذورات اعداد یک رقمی بعینه موجود باشد مجذور کامل است



و عددی که در فوق آن نوشته شده جذر تحقیقی او است

در عکس اینحالت یعنی در صورتیکه عدد مفروض جذر موجود نباشد گوئیم

عدد مجذور کامل نیست و جذر آن اصم است در اینحالت فقط میتوانیم عددی پیدا کنیم که بلا واسطه فوقانی

آن دو مقدار تقریبی جذر مطلوب خواهند بود با کمتر از یک واحد تقریب

مثلا اگر عدد ۴۹ مفروض باشد جدول مجذورات اعداد یک الی نه را تفحص نمائیم

و بعد پیدا میکنیم پس عدد فوق آن یعنی ۷ جذر تحقیقی او است

و اگر عدد ۵۳ مفروض باشد جدول آنرا نمیابیم ولی مجذور کامل ۴۹ را اختیار

میکنیم که کوچکتر است از ۵۳ و مجذور ما بعد یعنی ۶۴ بزرگتر از آن است

در اینحالت دو رقم نظیر ۴۹ که عدد ۷ است با عدد بلا واسطه فوقانی آن یعنی ۸ دو

مقدار تقریبی جذر ۵۳ خواهند بود با کمتر از یک واحد تقریب

۱۵۲ ـــــ حالت دوم ـــــ بجهت استخراج جذر عدد صحیح فاعدة آنست که

ابتدا از سمت یمین عدد را برقطعات دو رقمی قسمت کنیم در اینصورت عدهٔ آن

قطعات با انضمام قطعهٔ سمت یسار که ممکن است بیش از یک رقم نداشته باشد عدهٔ

ارقام جذر مطلوب خواهد بود

پس از آن بر وفق حالت اول استخراج میکنند جذر بزرگترین مجذوری را که در قطعهٔ سمت یسار

یسار شاغل باشد و رقمی که می‌یابیم اولین رقم جذر مطلوب خواهد بود

پس از آن مجذور رقمی را که یافته‌ایم از اولین قطعه سمت یسار نقصان مینمائیم تا باقی

مانده اول بدست آید و در یمین این باقی قطعه دوم را نوشته فرض مینمائیم و اولین

رقم سمت یمین آن را اگر باین طریق بدست آید جدا نموده جزء سمت

یسار را بر ضعف اول رقم جذر تقسیم مینمائیم خارج قسمت صحیح این تقسیم مساوی یا بزرگتر

از دومین رقم جذر خواهد بود و بجهت امتحان این رقم آن را در سمت یمین ضعف

رقم اول جذر نوشته و حاصل را در رقم امتحانی ضرب نموده حاصل را از عدد

مرکب از باقیمانده اول و قطعه دوم نقصان میکنیم پس اگر تفریق ممکن باشد

رقمی که یافته بودیم صحیح است والا یک واحد از آن نقصان نموده مجدداً امتحان

میکنیم و بهمین طریق مجدداً امتحان مینمائیم تا رقم واقعی بدست آید

چون رقم دوم جذر بدست آمد قطعه سیم را در یمین باقی دوم فرود می‌آوریم و اولین

رقم سمت یمین عددیکه باین طریق بدست آمده جدا میکنیم و جزء سمت یسار را

بر ضعف دو رقم جذر قسمت مینمائیم و خارج قسمت صحیح این تقسیم مساوی یا بزرگتر

از سومین رقم جذر خواهد بود بجهت امتحان این رقم آن را در سمت یمین ضعف

دو رقم اول جذر نوشته حاصل را در رقم امتحانی ضرب میکنیم و حاصل



ضمن را از عدد مرکب از باقی دویم و قطعهٔ سیم تفریق میکنیم پس اگر ممکن شد نتیجه که یافتیم صحیح است والّا یک واحد از آن نقصان نموده مجدداً امتحان میکنیم تا رقم واقعی بدست آید

و بهمین طریق مداومت می‌نمائیم تا هنگامیکه تمام قطعات دو دفعه فرود آیند و آخرین باقیمانده که بدست آید باقی عمل جذر است

مثلاً اگر مقصود استخراج جذر عدد ۵۸۵۹۱۶ باشد عمل را بیکی از دو طریقهٔ ذیل مرقوم میدارند

۵۸۵۹۱۶	۷۶۵	
۴۹	۱۴۶	۱۵۲۵
۹۵۹	۶	۵
۸۷۶		
۸۳۱۶		
۷۶۲۵		
۶۹۱		

۵۸۵۹۱۶	۷۶۵	
۹۵۹	۱۴۶	۱۵۲۵
۸۳۱۶	۶	۵
۶۹۱		

ممکن است اتفاق افتد که در یکی از تقسیمها خارج قسمت صحیح صفر باشد در اینجا رقم نظیر جذر مطلوب صفر خواهد بود و باقیمانده نظیر آن رقم همان باقی مانده سابق است باضافهٔ آخرین قطعهٔ جذر که فرود آورده ایم

حافظهٔ جذر بلند دیگر فرقی نمی‌آوردیم و موافق قاعدهٔ معموله عمل را باتمام می‌رسانیم

۱۵۳ — **تنبیه** — در عمل استخراج جذر هر یک از باقیمانده‌های متوالی کوچکتر باید از ضعف ارقام جذر بعلاوه یک

مثال ۱ در مثال فوق باقی ماندهٔ ۴۹۱ کوچکتر است از ضعف ۷۴۵ بعلاوه یک یعنی از ۱۴۹۱ و همچنین باقیماندهٔ ماقبل ۳۱ کوچکتر است از ضعف ۷۴ بعلاوه یک

استخراج جذر عدد صحیح یا کسری تا تقریب معین

۱۵۴ — استخراج جذر هر عدد تا تقریب معین مانند $\frac{1}{7}$ عبارت است از تعیین بزرگترین مولتیپل $\frac{1}{7}$ که در جذر عدد مفروض محتوی باشد و همیشه این عمل را راجع میکنند باستخراج جذر تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب.

قاعده — بجهت استخراج جذر عدد صحیح یا کسری تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب. قاعده آنست که عدد مفروض را در مجذور مخرج تقریب ضرب کنیم و جذر حاصل ضرب را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نموده نتیجهٔ عمل را بر مخرج تقریب قسمت نمائیم

مثلاً اگر مقصود استخراج جذر ۱۹ باشد تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب در اینصورت ۱۹ را در مجذور ۷ ضرب میکنیم و حاصل میشود $931 = 19\times 7^2$ و جذر



تقریب

۱۹ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریباً استخراج مینمائیم و دو مقدار ۳ و ۴ بدست می‌آید بنابراین دو مقدار تقریبی جذر ۱۹ تا کمتر از $\frac{1}{7}$ ، $\frac{30}{7}$ و $\frac{31}{7}$ است

اگر مقصود استخراج جذر $\frac{355}{113}$ باشد تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب در اینصورت کسر مفروض را در مجذور مخرج تقریب ضرب میکنیم و حاصل میشود

$$\frac{355}{113}\times 7^2=\frac{17395}{113}=153+\frac{106}{113}$$

پس جذر عدد ۱۵۳ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریباً استخراج میکنیم و دو حد ۱۲ و ۱۳ بدست می‌آید بنابراین دو جذر تقریبی کسر $\frac{355}{113}$ تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب $\frac{12}{7}$ و $\frac{13}{7}$ خواهند بود

اگر صورت تقریب واحد نباشد مثلاً مقصود استخراج جذر باشد تا کمتر از $\frac{5}{7}$ تقریب در اینصورت کسر $\frac{5}{7}$ را باینصورت $\frac{1}{\frac{7}{5}}$ در میآوریم و آنوقت قاعده فوق را معمول میداریم یعنی $\frac{7}{5}$ را مخرج کسر تقریب قرار میدهیم

جذر کسور

۱۵۵ — وقتیکه مخرج کسر مفروض مجذور کامل باشد جذر صورت را



تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نموده بر جذر حقیقی مخرج قسمت میکنند

مثال ۱ بجهة استخراج جذر $\frac{۱۹}{۳۶}$ جذر ۱۹ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم و ۲ عدد ۴ و ۵ را که میابیم بر جذر حقیقی ۳۶ قسمت میکنیم بنابر این دو جذر تقریبی کسر $\frac{۱۹}{۳۶}$ ۲ عدد $\frac{۴}{۶}$ و $\frac{۵}{۶}$ خواهند بود و تقریب آنها کمتر است از $\frac{۱}{۶}$

۱۵۶ — تنبیه — اگر صورت و مخرج هر دو مجذور کامل باشند کسر مجذور کامل است و در اینصورت از صورت و مخرج جدا جدا جذر میکنیم

مثال ۱ جذر کسر $\frac{۱۶}{۲۵}$ کسر $\frac{۴}{۵}$ خواهد بود بدون تقریب

اگر هیچیک از دو جمله کسر مفروض مجذور کامل نباشند میتوان مخرج را مجذور کامل نمود و بجهة این عمل کافی است دو جمله از کسر را در مخرج ضرب کنیم و پس از آن بر وفق نمرهٔ (۱۵۵) عمل را باتمام رسانیم

مثال ۱ بجهة استخراج جذر کسر $\frac{۷}{۱۲}$ دو جمله آنرا در ۱۲ ضرب کنیم تا کسر $\frac{۸۴}{۱۴۴}$ بدست آید که مخرج آن مجذور کامل است در اینصورت موافق قاعدهٔ نمرهٔ (۱۵۵) جذر صورت را تا کمتر از یکواحد صحیح تقریب استخراج مینمائیم و بر جذر حقیقی مخرج قسمت میکنیم تا



کسر $\frac{9}{12}$ و $\frac{10}{12}$ بدست آیند و این دو کسر موجب تقریبی کسر $\frac{7}{12}$ خواهند بود تا کمتر از $\frac{1}{12}$ تقریب.

١٥٧ ــ میتوان مخرج کسری را مجذور کامل نمود باینکه صورت و مخرج کسر آنرا در حاصلضرب عوامل اوّل ضرب کنیم که در مخرج مفروض صاحب نماینده فرد میباشند

مثلاً اگر کسر $\frac{157}{240}$ مفروض باشد اوّل مخرج ٢۴٠ را بعوامل اوّل خود تجزیه مینمائیم

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

و معلوم میشود که دو عامل ٣ و ٥ صاحب نمایندهٔ فرد هستند پس صورت و مخرج کسر $\frac{157}{240}$ را در حاصلضرب 5×3 یعنی ١٥ ضرب میکنیم و کسر $\frac{2355}{3600}$ که مخرج آن مجذور کامل است بدست آید

١٥٨ ــ تنبیه ــ از اینجا معلوم میشود که هرگاه عددی را بعوامل اوّل خود تجزیه نمائیم شرط مجذور کامل بودن آن اینست که نمایندهای عوامل آن همه زوج باشند

مثلاً ٣٢۴٠٠ مجذور کامل است و چون آنرا تجزیه نمائیم حاصل شود

$$32400 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

در استخراج جذر اعداد تا یکی از اعشار تقریبی

۱۵۹ قاعده — جهة استخراج جذر عدد صحیح تا واحدی از اعشار معین بتقریب قاعده آنست که جذر عدد مفروض را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریباً استخراج کنیم و پس از آن ممیزی قرار داده بعد دو صفر بر یمین باقی جذر اضافه نمائیم و عمل را امداد کنیم و در یمین باقیمانده‌ها متوالی هر مرتبه دو صفر اضافه نمائیم و پیش رویم تا آنکه مرتبه آخرین رقمی که می‌یابیم از جنس مرتبه اعشار تقریب گردد در آنحال عمل را ختم میکنیم

مثلا جهة استخراج جذر ۲ تا کمتر از یک ده هزارم تقریب صورت عمل چنین میشود

۲	۱٫۴۱۴۲		
۱۰۰	۲۴ ۲۸۱	۲۸۲۴	۲۸۲۸۳
۴۰۰	۴ ۱	۴	۲
۱۱۹۰۰			
۷۰۴۰۰			
۱۳۸۳۴			

بنابراین ۱٫۴۱۴۲ و ۱٫۴۱۴۳ را دو مقدار تقریبی ۲√ هستند تا کمتر از ۰٫۰۰۰۱ تقریب



۱۰۱ — **قاعدهٔ** — بجهت استخراج جذر هر کسر متعارفی تا کمتر از یک واحد اعشاری تقریباً قاعده آنست که کسر متعارفی مفروض را به اعشار تحویل کنیم بطریقیکه عدهٔ ارقام اعشاری آن ضعف عدهٔ ارقام اعشاری کسر تقریب باشد. پس از آن از ممیز قطع نظر نموده جذر آن عدد را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم و از همین جذر بعدهٔ ارقام اعشار تقریب با ممیزی رقم جدا مینمائیم

مثلاً بجهت استخراج جذر $\frac{۲۲}{۷}$ تا کمتر از ۰۰۱ ره تقریب اول $\frac{۲۲}{۷}$ را به اعشار بدل میکنیم و عدهٔ ارقام اعشاری آن را تا ۶ رقم میکنیم

$$\frac{۲۲}{۷} = ۳/۱۴۲۸۵.....$$

پس از آن جذر ۳۱۴۲۸۵۷ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم

۳۱۴۲۸۵۷	۱۷۷۲		
۲۱۴	۲۷	۳۴۷	۳۵۴۲
۲۵۲۸	۷	۷	۲
۹۹۵۷			
۲۸۷۳			

پس از همین عدد ۱۷۷۲ اسه رقم اعشار جدا میکنیم و ۱/۷۷۲ را جذر مطلوب است

۱۰۲ — ممکن است اتفاق افتد که کسر مفروض اعشاری باشد و عدهٔ ارقام اعشار آن چنانچه باید ضعف عدهٔ ارقام اعشاری کسر تقریب نباشد در اینجا هر قدر لازم است

صفر بر یمین آن اضافه مینمائیم

مثلا اگر مقصود استخراج جذر ۲٫۷۱۸ باشد تا ۰٫۰۰۱ ره تقریبا اول

۳ صفر بر یمین آن اضافه میکنیم تا ۲٫۷۱۸۰۰۰ بدست آید و آنوقت

قاعدهٔ فوق را جاری مینمائیم

فصل دویم

در مکعب و کعب اعداد

مکعب یا قوهٔ سیم هر عدد حاصل ضرب ۳ع۱ —

عامل مساوی بآن عدد است مثلا مکعب ۵ عدد ۱۲۵ و مکعب ۷ عدد

۳ع۳ است و چنانکه سابقا مذکور داشتیم مکعب هر کسر حاصل میشود

در صورتیکه دو جملهٔ آنرا مکعب نمائیم

کعب یا ریشه سیم یا ضلع سیم هر عدد عددیست

که چون آنرا مکعب نمائیم عدد مفروض حاصل گردد

مثلا کعب ۱۲۵ عدد ۵ و کعب ۳ع۳ عدد ۷ است



کعب هر عدد را باین علامت $\sqrt[3]{\ }$ مینمایند مثلا $\sqrt[3]{125}$ ...

کعب ۱۲۵ و $\frac{۶۴}{۷۲۹}$ $\sqrt[3]{\ }$ تلفظ میشود کعب $\frac{۶۴}{۷۲۹}$

۳۷ — هر عددی که مکعب عدد صحیح یا عدد کسری باشد آن را **مکعب کامل** گویند و کعب چنین عدد منطق است و در غیر این حالت کعب عدد مفروض اصم خواهد بود

۳۸ — عملی که برای آن تعیین میکنند کعب منطق یا معادل تقریبی کعب اصم را **استخراج کعب** گویند

بجهة استخراج کعب از ذکر چند خاصیت ناگزیریم

۱ — مکعب حاصل جمع دو عدد مساویست به مکعب عدد اول باضافهٔ سه برابر حاصل ضرب مجذور عدد اول در عدد دویم باضافهٔ سه برابر حاصل ضرب عدد اول در مجذور عدد دویم باضافهٔ مکعب عدد دویم

مثلاً $(۲+۵)^۳=۲^۳+۳\times۲^۲\times۵+۳\times۲\times۵^۲+۵^۳$

۲ — چون هر عددی که بزرگتر از ۹ باشد مرکب خواهد بود از عشرات و آحاد بتوان گفت که مکعب هر عددی که مرکب باشد از عشرات و آحاد مساویست به مکعب عشرات باضافهٔ سه برابر حاصل ضرب مجذور عشرات در آحاد باضافهٔ سه برابر حاصل ضرب عشرات در مجذور آحاد باضافهٔ مکعب آحاد

۳ — جدول مکعبات اعداد یک رقمی از اینقرار است



کعب اعداد

۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۷۲	۵۱۲	۳۴۳	۲۱۶	۱۲۵	۶۴	۲۷	۸	۱

و مکعبات قوای متوالیهٔ ۱۰ از اینقرارند

۱۰۰۰	۱۰۰	۱۰
۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰

و بملاحظهٔ اوّل معلوم میشود که کعب هر عدد کوچکتر از ۱۰۰۰
یعنی کعب هر عدد سه رقمی صاحب یک رقم خواهد بود

در استخراج کعب اعداد صحاح

۱۰۵ — در استخراج کعب هر عدد صحیح دو حالت ممکن است اتّفاق افتد

حالت اوّل کعب عدد کوچکتر از ۱۰۰۰

حالت دویّم کعب عدد بزرگتر از ۱۰۰۰

۱۰۶ — حالت اوّل بجهة استخراج کعب عددی که بیش از سه رقم نداشته باشد قاعده آنست که مابین مکعبات متوالیهٔ اعداد یک رقمی مکعبی را تفحص کنیم که یا مساوی عدد مفروض باشد و یا کوچکتر از آن مشروط بر آنکه مکعّب مابعد بزرگتر از آن عدد باشد در آنحالت رقمی که در فوق آن مکعب



اگر عدد مفروض در جدول مکعبات اعداد یک رقمی بعینه موجود باشد مکعب کامل است
و عددی که در فوق آن نوشته شده کعب تحقیقی او است

در عکس اینحالت یعنی در صورتیکه عدد مفروض در جدول موجود نباشد
در آن حالت مکعب کامل نیست و کعب آن اصم است در اینصورت دو رقمی که مییابیم
با عدد بلا واسطه فوق آن دو عدد تقریبی کعب مطلوب خواهند بود
تا کمتر از یک واحد تقریب

مثلا اگر عدد ۳۴۳ مفروض باشد در جدول مکعبات اعداد یک رقمی آنرا تفحص
می نمائیم و بعینه مییابیم پس عدد فوق آن یعنی ۷ کعب تحقیقی او است
و اگر عدد ۳۵۲ مفروض باشد در جدول آنرا نمییابیم ولی مکعب کامل ۳۴۳ را
تخمینا میکنیم که کوچکتر است از ۳۵۲ و مکعب ما بعد آن یعنی ۵۱۲ بزرگتر است
در اینحالت رقم نظیر ۳۴۳ که عدد ۷ است با عدد بلا واسطه فوق آن یعنی دو مقدار
تقریبی کعب ۳۵۲ خواهند بود تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب

۱۶۷ — حالت دویم — بجهت استخراج کعب عدد صحیح قاعده آنست که ابتدا از سمت یمین
عدد را بقطعات سه رقمی قسمت کنیم در اینصورت عده آن قطعات با انضمام قطعه سمت یسار
که ممکن است بیشتر از یک یا دو رقم نباشد عده ارقام کعب مطلوب خواهد بود



پس از آن بر وفق حالت اول استخراج میکنند کعب بین رقمی مکعب اگر در قطعهٔ سمت یسار
شامل باشد و رقمی که می‌یابند اولین رقم کعب مطلوب خواهد بود
پس از آن مکعب رقمی را که یافته‌ایم از اولین قطعهٔ سمت یسار نقصان مینمائیم تا
باقیماندهٔ اول بدست آید بعد رقم اولین قطعهٔ دویم را فرود می‌آوریم در دهم و دو رقم
اول سمت یمین عددی را که بدین طریق بدست می‌آید جدا نموده جزء سمت یسار را
بر سه برابر مجذور رقم اول کعب تقسیم مینمائیم خارج قسمت صحیح این تقسیم مساوی
یا بزرگتر از دویمین رقم کعب خواهد بود و بجهت امتحان این رقم آنرا در سمت یمین اولین
رقم کعب می‌نویسیم حاصل را مکعب میکنیم پس اگر این مکعب از دو قطعهٔ اول
نیز بیشتر نشد رقمی که یافته بودیم صحیح است والا یک واحد از آن نقصان نموده
امتحان میکنیم و بهمین طریق مداومت مینمائیم تا رقم صحیح بدست آید
چون رقم دویم کعب بدست آمد قطعهٔ سیم را در یمین باقی دویم فرود میآوریم و دو
رقم اول سمت یمین عددی که بدین طریق بدست آمده جدا میکنیم و جزء سمت
یسار را بر سه برابر مجذور دو رقم اول کعب قسمت نمائیم و خارج قسمت صحیح این
تقسیم مساوی یا بزرگتر از سیمین رقم کعب خواهد بود و بجهت امتحان این رقم
آنرا در سمت یمین دو رقم اول کعب نوشته حاصل را مکعب نمائیم پس اگر این



مکعب از سه قطعهٔ اول سمت یسار تفریق شد رقمی که یافته‌ایم صحیح است و الا یک واحد از آن نقصان نمود مجدداً امتحان میکنیم تا رقم واقعی بدست آید

و بهمین طریق مذکور مثبت مینمائیم تا هنگامیکه تمام قطعات سه رقمی فرود آیند و آخرین باقیمانده که بدست می‌آید باقی عمل کعب است

مثلا اگر مقصود استخراج کعب عدد ۴۳۷۱۵۶۵۸ باشد صورت عمل چنین خواهد بود

۴۳۷۱۵۶۵۸	۳۵۲
۱	۲۷ = ۳ × ۱[۲]
۱۶۷۲۵	۲۶۷۵ = ۳ × ۳۸[۲]
۴۲۸۷۵	
۸۵۰۶۵۸	
۴۳۶۱۴۲۰۸	
۱۱۱۴۵۰	

ممکن است اتفاق افتد که در یکی از تقسیمات خارج قسمت صحیح صفر باشد در اینحالت رقم نظیر کعب مطلوب صفر خواهد بود و باقیماندهٔ نظیر آن رقم همان باقیمانده سابق است بعلاوهٔ آخرین قطعه که فرود آورده‌ایم در این حالت قطعهٔ جدید دیگر فرود میاوریم و موافق قاعدهٔ معمول عمل را باتمام میرسانیم

۱۶۸ — تنبیه — در عمل استخراج کعب هر یک از نوعهای
متوالی که کوچکتر اند از سه برابر مجذور ارقام کعب بعلاوه سه برابر آن ارقام بعلاوه یک

استخراج کعب عدد صحیح یا کسری با تقریب معین

۱۶۹ — استخراج کعب هر عدد با تقریبی معین مانند $\frac{1}{7}$ عبارتست از تعیین نزدیکترین مولتیپل $\frac{1}{7}$ که در کعب عدد مفروض محتوی باشد و همیشه این عمل را راجع میکند باستخراج کعب تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب.

قاعده — بجهة استخراج کعب عدد صحیح یا کسری تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب قاعده آنست که عدد مفروض را در مکعب مخرج تقریب ضرب کنیم و کعب حاصل ضرب را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نموده نتیجه عمل را بر مخرج تقریب قسمت نمائیم

مثلا اگر مقصود استخراج کعب ۱۹ باشد تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب در اینصورت ۱۹ را در مکعب ۷ ضرب میکنیم و حاصل میشود $6517 = 19 \times 7^3$ و کعب ۶۵۱۷ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم و دو مقدار تقریبی ۱۸ و ۱۹ بدست آیند بنابراین دو مقدار تقریبی کعب ۱۹ تا کمتر از $\frac{1}{7}$ تقریب $\frac{18}{7}$ و $\frac{19}{7}$ است

اگر مقصود استخراج کعب $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ باشد تا کمتر از $\frac{۱}{۷}$ تقریب در اینصورت کسر مفروض را در مکعب مخرج تقریب ضرب میکنیم حاصل میشود

$$\frac{۳۵۵}{۱۱۳} \times ۷^{۳} = \frac{۱۲۱۷۶۵}{۱۱۳} = ۱۰۷۷ + \frac{۶۴}{۱۱۳}$$

پس کعب عدد ۱۰۷۷ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم و دو عدد ۱۰ و ۱۱ بدست می آیند بنابراین دو کعب تقریبی کسر $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ تا کمتر از $\frac{۱}{۷}$ تقریب $\frac{۱۰}{۷}$ و $\frac{۱۱}{۷}$ خواهند بود

اگر صورت کسر تقریب واحد نباشد مثلاً مقصود استخراج کعب باشد تا کمتر از $\frac{۵}{۷}$ تقریب در اینصورت کسر $\frac{۵}{۷}$ را باینصورت $\frac{۱}{\frac{۷}{۵}}$ در میآوریم و آنوقت قاعده فوق را معمول میداریم و $\frac{۷}{۵}$ را مخرج کسر تقریب قرار میدهیم

کعب کسور

۱۷۵ — هرگاه مخرج کسر مفروض مکعب کامل باشد کعب صورت را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نموده بر کعب حقیقی مخرج قسمت میکنیم مثلاً بجهت استخراج کعب $\frac{۹۷}{۲۱۶}$ کعب ۹۷ را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج میکنیم و دو عدد ۴ و ۵ را که میابیم بر کعب حقیقی ۶ قسمت میکنیم بنا براین دو تقریب کعب کسر $\frac{۹۷}{۲۱۶}$ دو عدد $\frac{۴}{۶}$ و $\frac{۵}{۶}$

خواهند بود و تقریب آنها کمتر است از $\frac{1}{۱۲}$

۱۷۱ — **تنبیه** — اگر صورت و مخرج هر دو مکعب کامل باشند کسر مکعب کامل است و در اینحالت از صورت و مخرج جدا جدا کعب میگیرند

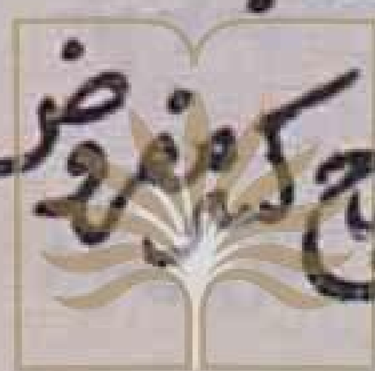
مثلاً کعب کسر $\frac{۶۴}{۱۲۵}$ کسر $\frac{۴}{۵}$ خواهد بود بدون تقریب

اگر هیچیک از دو جمله کسر مفروض مکعب کامل نباشند میتوان مخرج را مکعب کامل نمود و بجهة این عمل کافی است دو جملهٔ آن کسر را در مجذور مخرج ضرب کنیم و پس از آن بروفق (۱۷۵) عمل را باتمام رسانیم

مثلاً بجهة استخراج کعب کسر $\frac{۵}{۱۲}$ دو جملهٔ از او در مجذور ۱۲ یعنی ۱۴۴ ضرب میکنیم تا کسر $\frac{۷۲۰}{۱۷۲۸}$ بدست آید که مخرج آن مکعب کامل است

در اینحالت موافق قاعدهٔ (۱۷۵) کعب صورت را تا کمتر از یک واحد صحیح بتقریب استخراج مینمائیم و بر کعب حقیقی مخرج قسمت میکنیم تا دو کسر $\frac{۸}{۱۲}$ و $\frac{۹}{۱۲}$ بدست آیند و این دو کسر دو کعب تقریبی $\frac{۵}{۱۲}$ خواهند بود تا کمتر از $\frac{۱}{۱۲}$ تقریب.

۱۷۲ — میتوان نیز مخرج کسر را مکعب کامل نمود باینکه صورت و مخرج آنرا در حاصل ضرب عوامل اولی ضرب کنیم که در مخرج کسر مفروض



نماینده آنها تماما مولتیپل ۳ گردد

مثال اگر کسر $\frac{۱۵۷}{۲۱۶۰}$ مفروض باشد و مخرج ۲۱۶۰۰

را بعوامل اوّل خود تجزیه مینمائیم

$$۲۱۶۰ = ۲^{۴} × ۳^{۳} × ۵$$

و معلوم میشود که صورت و مخرج را باید در حاصل ضرب $۲^{۲} × ۵^{۲}$

یعنی ۱۰۰ ضرب کنیم تا کسر $\frac{۱۵۷۰۰}{۲۱۶۰۰۰}$ که مخرج آن مکعب کامل

است بدست آید

۱۷۳ — **تنبیه** — از اینجا معلوم میشود که چون

عدد را بعوامل اوّل خود تجزیه نمائیم شرط مکعب کامل بودن این است که

نماینده‌های عوامل آن همه مولتیپل ۳ باشند

مثلاً ۲۱۶۰۰۰ مکعب کامل است و چون آنرا تجزیه نمائیم حاصل میشود

$$۲۱۶۰۰ = ۲^{۶} × ۳^{۳} × ۵^{۳}$$

در استخراج کعب اعداد تا یک واحد اعشاری تقریب

۱۷۴ — **قاعدهٔ اول** — بجهت استخراج کعب عدد صحیح تا

واحد اعشاری معین تقریباً قاعده آنست که کعب عدد مفروض را تا کمتر از

یک واحد صحیح تقریب استخراج کنیم و پس از آن همین که در کعب قرار داده شد صفر بر یمین باقی کعب اضافه نمائیم و عمل را املا و منتهی کنیم و در یمین باقی مانده‌ها متوالی هر مرتبه سه صفر اضافه نمائیم و پیش رویم تا آنکه مرتبهٔ آخرین رقمی که میبایستیم از جنس مرتبهٔ اعشار تقریب که در آن حالت عمل را ختم میکنیم

مثلا بجهت استخراج کعب ۲ تا کمتر از $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ تقریب صورت عمل چنین میشود

۲	۱٫۲۵۹
۱	۳ = ۳×۱
۱۰۰۰	۴۳۲ = ۳×۱۲²
۱۷۲۸	۴۶۸۷۵ = ۳×۱۲۵²
۲۷۲۰۰۰	
۱۹۵۳۱۲۵	
۴۶۸۷۵۰۰۰	
۱۹۹۵۶۱۶۹۷۹	
۴۳۸۳۵۲۱۰	

بنابراین ۱٫۲۵۹ و ۱٫۲۶۰ دو مقدار تقریبی $\sqrt[3]{۲}$ هستند تا کمتر از ۰٫۰۰۱ و تقریب



۱۷۵ — **قاعدهٔ دوم** — جهة استخراج کعب هر کسر متعارفی تا کمتر از یک واحد اعشاری تقریب قاعده آنست که کسر متعارفی را با عشار تحویل کنیم بطریقی که عدهٔ ارقام اعشاری آن سه برابر عدهٔ ارقام اعشاری کسر تقریب باشد پس از آن از ممیز قطع نظر نموده کعب آن عدد را تا کمتر از یک واحد صحیح تقریب استخراج نمائیم و از یمین کعب بعدهٔ ارقام اعشار تقریب با ممیز رقم جدا نمائیم

مثال جهة استخراج کعب $\frac{۲۲}{۷}$ تا کمتر از ۰٫۰۱ تقریب اول $\frac{۲۲}{۷}$ را با عشار بدل میکنیم و عدهٔ ارقام اعشاری آنرا شش رقم میگیریم

$\frac{۲۲}{۷}$ = ۳٫۱۴۲۸۵۷

پس از آن کعب ۳۱۴۲۸۵۷ را تا کمتر از یکواحد صحیح تقریب استخراج میکنیم

۳۱۴۲۸۵۷	۱۴۶
۱	۳ = ۳ × ۱
۲۱۴۲	۵۸۸ = ۳ × $۱۴^۲$
۲۷۴۴	۰
۳۹۸۸۵۷	
۳۱۱۲۱۳۶	
۳۳۵۷۲۱	

حال از سمت یمین عدد ۱۴۶ دو رقم اعشار جدا میکنیم و ۱٫۴۶ را کعب مطلوبست

۱۷۶ — ممکن است اتفاق افتد که کسر مفروض اعشاری باشد و عدهٔ ارقام اعشار آن چنانچه باید بسه برابر عدهٔ ارقام اعشاری کسر تقریب نباشد در اینحالت هر قدر که لازم است صفر بر یمین آن اضافه مینمائیم

مثلا اگر مقصود استخراج کعب ۱۷/۲۳ باشد تا ۰۰۱ تقریب اول صفر بر یمین آن اضافه میکنیم و آنوقت قاعدهٔ فوق را اجرا مینمائیم

در امتحان جذر و کعب

۱۷۷ — امتحان جذر اینست که اگر جذر حاصل شده را مجذور نموده با باقی جمع کنیم عدد مفروض حاصل گردد

مثلا جذر عدد ۵۸۵۹۱۶ را در فصل سابق استخراج نمودیم ۷۶۵ حاصل گردید و باقی جذر ۶۹۱ بود حال بجهة امتحان ۷۶۵ را مجذور میکنیم و با ۶۹۱ جمع مینمائیم و حاصل میشود

$$765^2 = 585225$$
$$691$$
$$585916$$

۱۷۸ — امتحان کعب نیز بهمین طریق است یعنی کعب حاصل شده را مکعب نموده بر باقی کعب می افزائیم و باید عدد مفروض حاصل گردد



مثلاً کعب عدد ۴۳۷۲۵۶۵۸ عدد ۳۵۲

و باقی کعب ۱۱۱۴۵۰ است پس

$$۳۵۲^{۳} = ۴۳۶۱۴۲۰۸$$
$$۱۱۱۴۵۰$$
$$۴۳۷۲۵۶۵۸$$

۱۷۹ — میتوان از روی قابلیت تقسیم اعداد بر ۹ و ۱۱ نیز جذر و کعب را امتحان نمود از اینقرار که جذر یا کعب را ۹ نُه طرح نموده باقی طرح را مجذور یا مکعب میکنیم و باقی عمل را نیز طرح نموده بر باقی طرح سابق می افزائیم و حاصل باید مساوی باقی طرح عدد مفروض باشد

مقاله پنجم

در مقیاسها و فوائد و نتایج آنها

فصل اول

در مقیاسهای جدید ایران

۱۸۵ — چنانچه سابق مذکور شد بجهة تقدیر هر کمیّت باید واحدی از همان جنس انتخاب نمود و در ملل مختلفه بجهة تقدیر کمیّات متداوله از قبیل طول و سطح و حجم و وزن و غیره آحاد معیّنه چند مشخص نموده اند و آنها را مقیاس گوئیم و در این فصل ذکر میکنیم اصول مقیاسهای متداوله اکنون ایران را اگرچه در هر ولایت مقیاسها مختلف میشوند ولی مأخذ طهران و بلاد معروفه ایران را اقرار میدهیم و مقیاسهای متداوله آن اماکن را شرح میدهیم

مقیاسهای طول

۱۸۱ — واحد مقیاسهای طول ذرع است و آن بر دو نوع است ذرع رسمی و ذرع شاهی که قدری اطول از آن است

اضعاف ذرع — اضعاف ذرع اسم مخصوص ندارند جز **فرسنگ** و آن بر دو نوع است اصطلاحی معادل با ۶۰۰۰ ذرع و جغرافیائی معادل با ۶۸۵۶ ذرع

اجزاء ذرع — گره معادل با $\frac{1}{16}$ ذرع و بهر معادل $\frac{1}{2}$ گره



مقیاسهای سطح

۱۸۲ — واحد مقیاسهای سطح ذرع مربع است

اضعاف ذرع مربع — اضعاف ذرع مربع فرسنگ مربع است و آن معادل است

با ۶۰۰۰ × ۶۰۰۰ یا ۳۶۰۰۰۰۰۰ ذرع مربع

جهة مساحت اراضی زراعتی واحد سطح جریب است و آن بر دو نوع است غیر رسمی و رسمی جریب غیر رسمی معادل است با ۱۰۰۰ و جریب رسمی با ۶۷۵ ذرع مربع اعلی عرض و طول آن ۲۰ و ۵۰ و عرض و طول دیوانی تجمع ۱۵ و ۴۵ میگیرند

اجزاء ذرع مربع — گره مربع معادل با $\frac{1}{16 \times 16}$ یا $\frac{1}{256}$

ذرع مربع بهر مربع معادل $\frac{1}{4}$ گره مربع و $\frac{1}{32 \times 32}$

یا $\frac{1}{1024}$ ذرع مربع است

مقیاسهای حجم

۱۸۳ — واحد مقیاسهای حجم ذرع مکعب است

اضعاف ذرع مکعب — اضعاف ذرع مکعب اسم مخصوص ندارند

اجزاء ذرع مکعب — گره مکعب معادل $\frac{1}{16 \times 16 \times 16}$

یا $\frac{1}{4096}$ ذرع مکعب



مقیاسهای وزن

۱۸۴ — واحد مقیاسهای وزن من است و آن بر سه نوع است من تبریز و من شاه

که معادل است با دو من تبریز و من ری معادل با ۴ من تبریز

اضعاف من — خروار معادل با ۱۰۰ من تبریز

اجزاء من — سیر معادل $\frac{1}{40}$ من و مثقال معادل $\frac{1}{16}$ سیر و $\frac{1}{40\times16}$

یا $\frac{1}{640}$ من و نخود معادل $\frac{1}{24}$ مثقال و $\frac{1}{640\times24}$ یا

$\frac{1}{15360}$ من و بالاخره گندم معادل $\frac{1}{4}$ نخود و $\frac{1}{15360\times4}$

یا $\frac{1}{61440}$ من دیگر قیراط و آن معادل است $\frac{1}{23}$ مثقال

مقیاسهای نقدین

۱۸۵ — واحد نقود قران است و آن پولی است از نقره بوزن ۲۴ نخود و بعبارت اره

اضعاف قران — تومان معادل ۱۰ قران

اجزاء قران — شاهی معادل $\frac{1}{20}$ قران و پول سیاه $\frac{1}{2}$ شاهی یا $\frac{1}{40}$ قران

در ایران چندین پول موهوم استعمال و معمول میباشد و معمولترین آنها قاز است معادل

$\frac{1}{200}$ قران و دینار معادل $\frac{1}{5}$ قاز یا $\frac{1}{1000}$ قران

مقیاسهای زمان



۱۸۶ ـــ واحد مقیاس‌های زمان **روز** یا شبانه‌روز و آن مدتی است
یک دور حرکت وضعی ارض است بگرد محور خود
اضعاف روز ـــ **هفته** است معادل ۷ روز و **ماه هلالی**
که ۲۹ روز و ۱۲ ساعت و ۴۴ دقیقه است و عبارتست از مدتیکه قمر از
وضع معین خود با آفتاب مجدداً بهمان وضع معاودت نماید ولی اغلب آنرا
۲۹ روز یا سی روز گیرند و **سال قمری** مرکب از دوازده ماه هلالی
که طول آن ۳۵۴ روز و هشت ساعت و کسری است و **سال شمسی**
مرکب است از دوازده ماه شمسی ۳۰ روزه و در آخر پنج روز باسم **خمسه**
مسترقه بر آن میفزایند و علاوه بر آن در هر ۳۳ سال ۸ روز
بر خمسه اضافه نمایند و آن سال را **کبیسه** خوانند
اجزاء روز ـــ ساعت معادل $\frac{1}{24}$ شبانه‌روز و دقیقه معادل $\frac{1}{60}$
ساعت یا $\frac{1}{1440}$ روز و ثانیه معادل $\frac{1}{60}$ دقیقه و غیره

۱۸۷ ـــ در ایران دو نوع تاریخ معمول است
اول تاریخ هجری که مبدء آن محرم آن سالی است که حضرت ختمی مآب صلی الله
علیه و آله از مکه معظمه بمدینه طیبه هجرت فرمودند و اکنون سال ۱۲۹۷ است



سنین این تاریخ قمری است و مبدء آن از ماه محرم
دوم تاریخ جلالی منسوب بسلطان جلال الدین ملکشاه سلجوقی که مبدء آن
مطابق با سال ۴۷۱ هجری بود سنین این تاریخ شمسی هستند و اول
سال روز اعتدال ربیعی است و آن روز را عید نوروز نامند
اکنون سال ۸۵۱ جلالی است

۱۸۸ — **تنبیه** — در صورتیکه نسبت مابین آحاد مختلفه واضعان و اجزای آنها در دست است محاسبه آنها اشکال ندارد و بر وفق قواعد محاسبات کسور متعارفی متوالی اعمال حساب را در این مقیاسها جاری کرد

فصل دوم

در مقیاسهای قدیم ایران

۱۸۹ — مقیاسهای قدیم ایران اگرچه اکنون متداول نیستند مع هذا محض اطلاع اسامی بعضی از آنها را در ذیل ذکر میکنیم تا هنگام حاجت بآنها رجوع نمایند

اولا در مقیاسهای طول

میل معادل ثلث فرسخ

ذراع ید معادل $\frac{1}{4000}$ میل

اصبع معادل $\frac{1}{24}$ ذراع (اصبع را معادل عرض ۶ جو
و یا ۶ تار مو از یال مادیان میگیرند)



ذراع هاشمی معادل ۳۲ اصبع

ثانیاً مقیاسهای سطح

عشیر یا قصبهٔ مربع معادل ۳۶ ذراع هاشمی مربع

جریب قدیم معادل ۱۰۰ عشیر

فصل سیم

در مقیاسهای سلسلهٔ مطری

۱۹۰ — در سال ۱۷۹۹ در مملکت فرانسه مقیاسهای قدیم خود را که بسیار معیوب و بی مأخذ بودند ترک نمودند و یک سلسلهٔ مقیاس جدید متداول کردند و چون رفته رفته این مقیاسها در تمام فرنگستان بلکه در تمام عالم منتشر میشوند و ملل مختلفه بعضی آنها را قبول کرده و برخی نیز در حال قبول هستند لازم دانستیم که مختصری از آن سلسلهٔ مقیاسها ذکر نمائیم

مقیاسهای طول

۱۹۱ — واحد مقیاسهای طول مطر است و آن عبارتست از ده هزار هزارم جزء ربع محیط عظیمهٔ کرهٔ زمین و آنرا واحد اصلی نیز گویند چرا که احاد تمام مقیاسهای دیگر را از روی مطر مشتق مینمایند



مقیاسهای طولی

اضعاف متر — دکامتر (۱۰ متر) وهکتومتر (۱۰۰ متر) وکیلومتر (۱۰۰۰ متر) ومیریامتر (۱۰۰۰۰ متر)

اجزاء متر — دسیمتر (۰٫۱ متر) وسانتیمتر (۰٫۰۱ متر) ومیلیمتر (۰٫۰۰۱ متر)

۱۹۲ — چنانچه ملاحظه میشود اضعاف واجزاء متر را نسبت اعشاری است ومحاسبات آنها بر وفق قواعد اعداد صحاح واعداد اعشاری است بسبب اینکه در مقیاسهای طول هر واحد از واحد پست تر خود ده برابر بزرگتر است

مقیاسهای سطح

۱۹۳ — واحد سطح **متر مربع** است وآن مربعی است که هر ضلعش یک متر باشد

اضعاف متر مربع — دکامتر مربع وهکتومتر مربع وکیلومتر مربع ومیریامتر مربع وآنها مربعاتی هستند که هر ضلع آنها اضعاف واحد طولند

اجزاء متر مربع — دسیمتر مربع وسانتیمتر مربع ومیلیمتر مربع

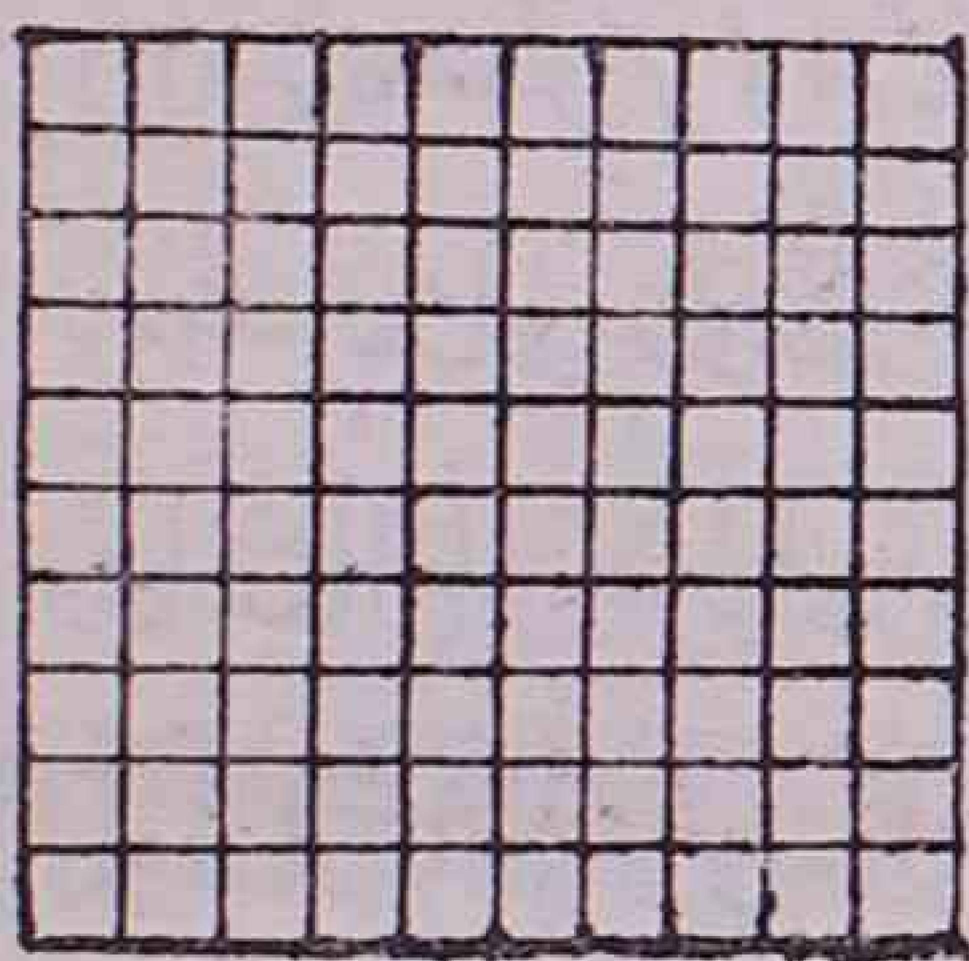


۱۸۳

در مقیاسهای سطح هر واحد صد برابر واحد پیش تر از خود میباشد چنانچه

اگر مربع ذیل را ملاحظه نمائیم معلوم میشود که چون هر ضلع آنرا که یک مطر

فرض کرده ایم بده جزء متساوی قسمت نمائیم و خطوط متوازی با اضلاع



رسم کنیم صد عدد مربع کوچک بدست می آید که هر یک از اضلاع آن یک دسیمطر و بنابراین هر یک از آنها یک دسیمطر مربع است واز

اینقرار واضح میشود که مطر مربع معادل است با ۱۰۰ دسیمطر مربع

۱۹۴ ــــ بجهة مساحت اراضی زراعتی وغیره دکامطر مربع را بکار

میبرند و آنرا آر خوانند و اضعاف و اجزائی که بجهة آن قرار داده اند یکی

هکتار است معادل ۱۰۰ آر و دیگری سانتی آر است معادل ۱۰۰ آر

پس هکتار هکتو مطر مربع و سانتی آر مطر مربع است

مقیاسهای حجم و کیل

۱۹۵ ــــ واحد مقیاسهای حجم مطر مکعب است و آن مکعبی است که خط الراسهای

آن که هستند طول (مکعب جسمی است که بشش سطح مربع متساوی احاطه شده باشد)



مقیاسهای مطری

اضعاف مطر مکعب — دکامطر مکعب و هکتومطر مکعب و کیلومطر مکعب و میریامطر مکعب (و آنها مکعبها هستند که خط الراسهای آنها اضعاف واحد طول اند)

اجزاء مطر مکعب — دسیمطر مکعب و سانتیمطر مکعب و میلیمطر مکعب

در مقیاسهای حجم هر واحد ۱۰۰۰ برابر واحد پست تر از خود میباشد چنانچه مطر مکعب معادل است با ۱۰۰۰ دسیمطر مکعب

۱۹۶ — بجهة اندازه گرفتن چوب و هیزم مطر مکعب را بکار میبرند و در اینموقع اِسْتِر گویند و دکاستر معادل است با ۱۰ استر

۱۹۷ — بجهة تقدیر مایعات و حبوبات دسیمطر مکعب را بکار میبرند و در اینموقع آنرا لیطر گویند پس لیطر واحد کیل است

اضعاف لیطر — دکالیطر (۱۰ لیطر) و هکتولیطر (۱۰۰ لیطر)

اجزاء لیطر — دسیلیطر (۱/۱۰ لیطر) و سانتی لیطر (۱/۱۰۰ لیطر)

مقیاسهای وزن

۱۹۸ — واحد مقیاسهای وزن گرم است و آن وزن یک سانتیمطر مکعب آب مقطر است در حرارت ۴ درجه که منتهای ثقل آبست



اضعاف کرم — دکاکرم (۱۰ کرم) و هکتوکرم (۱۰۰ کرم) و کیلو کرم (۱۰۰۰ کرم) و کنتال مطویك (۱۰۰ کیلوکرم) و میلیه تانن (۱۰۰۰ کیلوکرم).

اجزاء کرم — دسیگرم (۱ر۰ کرم) و سانتیگرم (۰۱ر۰ کرم) و میلیگرم (۰۰۱ر۰ کرم)

نقود

۱۹۹ — واحد نقود قران است و آن پولی است بوزن ۵ کرم و مرکب از ۹ عشر نقره و یك عشر مس

اضعاف قران اسم مخصوص ندارند

اجزاء قران — دسیم است معادل ۱ر۰ قران و سانتیم معادل ۰۱ر۰ قران

مقیاسهای زمان

۲۰۰ — سال مسیحیان شمسی است و آن عبارتست از مدت یك دور حرکت انتقالی ارض بدور آفتاب و آن ۳۶۵ روز و ربعی است تقریبا مبدأ تاریخ آنها از ۷ روز بعد از میلاد حضرت مسیح است و سه سال را ۳۶۵ روز کیرند و سال چهارم را ۳۶۶ روز و آنرا کبیسه خوانند و چون سال شمسی حقیقی قریب $\frac{1}{135}$ شبانه روز کمتر از ۳۶۵ روز و ربع است پس در هر ۱۳۵ سال بسبب کسوری که زیاده محسوب شده است یك روز را



باید حذف کرد و استعمال داده ۵۰۴۰ سال شمسیه هجری پیدا نمایند و هر
۵۵۰۴ سال ۳ روز حذف میکنند از این قرار که در روز و سه ماه از سال کبیسه نیست
مگر در صورتیکه پس از وضع دو صفر عدد یکه باقی میماند مولتیپل ۴ باشد
در بعضی دول فرنگستان از قبیل روسیه این تعدیل اخیر مجری نیست
و بدین واسطه تا بحال ما بین تاریخ آنها و تاریخ مسیحی عام ۱۲ روز
اختلاف پیدا شده است

مبدأ تاریخ مسیحی ۶۲۲ سال قبل از هجرت است و اکنون سال ۱۸۷۹ مسیحی است

۱۰۴ ــــ تنبیه ــــ چون سبب مقیاسهای سلسله مطری مشابه
اعداد اعشاری است احتیاج بشرح تازه نیست همین قدر در نوشتن
این مقیاسها لازم است ملتفت بود که آحاد طول و سطح و حجم به ترتیب ده و صد
صد و هزار و هزار بالا میروند و بنا بر این آحاد طول حساب یک رقم و آحاد
سطح حساب دو رقم و آحاد حجم حساب سه رقم باید باشند

مثلا ۱۲ دکامطر مربع و ۷۲ مطر مربع و ۹ دسیمطر
مربع را چنین مینویسند

مطر مربع
۱۲۷۲/۰۹



در اینجا دسیمطر مربّع چون صاحب یک رقم بود صفری
بجای رقم مآت آن قرار دادیم

۲۵۲ — در جدول ذیل نسبت آحاد مقیاسهای ایران
را با آحاد سلسلهٔ مطری ثبت می‌نمائیم تا در مقام احتیاج
تبدیل آنها بیکدیگر سهل باشد

ذرع رسمی	۱٫۰۴۰	مطر
ذرع شاهی	۱٫۰۴۵	مطر
ذرع مربّع	۱٫۰۷۱۲۲۵	مطر مربّع
جریب غیر رسمی	۱۰۷۱٫۲۲	مطر مربّع
جریب رسمی	۷۲۳٫۰۷۷	مطر مربّع
ذرع مکعّب	۱٫۱۰۸۷۱۸	مطر مکعّب
من تبریز	۲٫۹۳۸	کیلوگرام
قران	۰٫۹۰	قران

فصل چهارم

در نسب و تناسبات

۲۵۳ — مقادیر میتوان بدو وجه مختلف یکدیگر سنجید از انفراد و کثرات دیگر یا باینکه
تعیین نمود فضل مقداری را بر مقدار دیگر و یا عدد دفعاتی که مقدار اول شامل مقدار دیگر است
در هر حالت حاصل سنجیدن دو مقدار را نسبت آنها گویند و نسبت نوع اول را
عددی یا حسابی و نسبت نوع ثانی را هندسی نامند
پس میتوان گفت که
نسبت عددی یا حسابی دو مقدار عبارت از خارج قسمت تقسیم مقدار اول بر ثانی

(حاشیه: از فضل مقدار اول بر ثانی و نسبت هندسی دو مقدار عبارت)

مثلا نسبت عددی ۱۸ و ۳ عدد ۱۵ است و نسبت هندسی آنها ۶
نسبت عددی ۱۸ و ۳ را چنین ۳ — ۱۸ یا ۳ . ۱۸ نویسند و نسبت هندسی
همان دو مقدار را چنین $\frac{18}{3}$ یا ۳ : ۱۸ نویسند و تلفظ میکنند
نسبت ۱۸ به ۳ یا بطور اختصار ۱۸ به ۳
مقدار اول را مقدم نسبت و مقدار ثانی را تالی نسبت خوانند
و در نسبت هندسی مقدم و تالی را صورت و مخرج نسبت نیز گویند

۲۵۴ — اجتماع دو نسبت متساوی را تناسب خوانند پس تناسب
بر دو نوع است عددی و هندسی اجتماع دو نسبت عددی متساوی را

تناسب عددی و اجتماع دو نسبت هندسی متساوی را تناسب هندسی خوانند
مثلا دو نسبت عددی ۱۸۰۳ و ۲۰۰۵ با یکدیگر متساوی‌اند پس از آنها
یک تناسب عددی صورت می‌بندد و آن را چنین نویسند

۲۰۰۵ = ۱۸۰۳ یا ۲۰۰۵ : ۱۸۰۳

و دو نسبت هندسی ۱۸ و ۹ و ۱۲ و ۶ با یکدیگر متساوی‌اند پس از آنها یک تناسب
هندسی صورت می‌بندد و آنرا چنین نویسند

۱۸:۹ = ۱۲:۶ یا ۱۸:۹ :: ۱۲:۶

و تلفظ میکنند نسبت ۱۲ به ۶ مثل نسبت ۱۸ است به ۹ یا بطور اختصار
۱۲ به ۶ مثل ۱۸ است به ۹ و در عدد ۱۲ و ۹ را طرفین و ۶
و ۱۸ را وسطین تناسب گویند

۲۵۵ — خواص تناسبات عددی و هندسی کمال مشابهت را با یکدیگر
دارند و رابطهٔ این دو نوع تناسب بقسمی است که میتوان از خواص تناسب
عددی پی به خواص تناسب هندسی برد باین طریق که جمع و تفریق و ضرب
و تقسیم را بدل کنیم بضرب و تقسیم و قوه و ریشه و محض اینکه این مشابهت را
واضح کنیم خواص این دو نوع تناسب را مقابل یکدیگر قرار میدهیم

در خواص تناسبات

در هر تناسب عددی حاصل
جمع طرفین مساوی است بحاصل
جمع وسطین

مثلا در تناسب عددی

۶ . ۱۱ : ۲ . ۷

مجموع ۶ + ۷ مساوی است
به مجموع ۱۱ + ۲
پس میتوان بسهولت در صورتیکه یکی
از جملهای تناسب عددی مجهول باشد و
سه جملهٔ دیگر معلوم جملهٔ مجهول
را تعیین نمود از اینقرار که اگر
یکی از طرفین مجهول باشد مساوی است
بحاصل جمع وسطین منها طرف دیگر
و اگر یکی از وسطین مجهول باشد

در هر تناسب هندسی حاصل
ضرب طرفین مساوی است بحاصل
ضرب وسطین

مثلا در تناسب هندسی

۲ : ۱۴ :: ۳ : ۲۱

حاصل ضرب ۲ × ۲۱ مساوی است
بحاصل ضرب ۱۴ × ۳
پس میتوان بسهولت در صورتیکه یکی
از جملهای تناسب هندسی مجهول باشد
و سه جملهٔ دیگر معلوم جملهٔ مجهول
را تعیین نمود از اینقرار که اگر یکی
از طرفین مجهول باشد مساوی است
بحاصل ضرب وسطین تقسیم بطرف
دیگر و اگر یکی از وسطین مجهول باشد



مساوی است به حاصل جمع طرفین
منهای وسط دیگر

میتوان اینجا جملهٔ هر تناسب عددی
را بطریقی تغییر داد که تساوی مجموع
طرفین و مجموع وسطین برقرار بماند
از این قرار تناسب عددی ذیل

۶ . ۱۱ : ۲ . ۷

این هفت تناسب عددی دیگر نتیجه میشود

۶ . ۲ : ۱۱ . ۷

۷ . ۲ : ۱۱ . ۶

۷ . ۱۱ : ۲ . ۶

۱۱ . ۷ : ۶ . ۲

۱۱ . ۶ : ۷ . ۲

۲ . ۶ : ۷ . ۱۱

۲ . ۷ : ۶ . ۱۱

مساوی است به حاصل ضرب طرفین
تقسیم بر وسط دیگر

میتوان اینجا جملهٔ هر تناسب هندسی را
بطریقی تغییر داد که تساوی حاصل ضرب
طرفین و حاصل ضرب وسطین برقرار بماند
از این قرار تناسب هندسی ذیل

۲ : ۱۴ :: ۳ : ۲۱

این هفت تناسب هندسی دیگر نتیجه میشود

۲ : ۱۴ :: ۳ : ۲۱

۲۱ : ۳ :: ۱۴ : ۲

۲۱ : ۱۴ :: ۳ : ۲

۱۴ : ۲۱ :: ۲ : ۳

۱۴ : ۲ :: ۲۱ : ۳

۳ : ۲ :: ۲۱ : ۱۴

۳ : ۲۱ :: ۲ : ۱۴



وقتی که دو تناسب عددی یا دو تناسب هندسی وسطین متساوی باشند تناسب را **اتصالی** گویند

در اینصورت در تناسب عددی مقدار وسط را واسطهٔ عددی طرفین نامند واسطهٔ عددی دو مقدار مساوی است بنصف حاصل جمع آنها

مثلا از تناسب عددی اتصالی ذیل
۲۵ ۰ ۱۷ : ۱۷ ۰ ۹
حاصل میشود
$$۱۷ = \frac{۹+۲۵}{۲} = \frac{۳۴}{۲}$$
اغلب تناسب عددی اتصالی فوق را باینصورت مینویسند
÷ ۲۵ ۰ ۱۷ ۰ ۹

در اینصورت در تناسب هندسی مقدار وسط را واسطهٔ هندسی طرفین نامند واسطهٔ هندسی دو مقدار مساوی است بجذر حاصل ضرب آنها

مثلا از تناسب هندسی اتصالی ذیل
۱۸۰ : ۳۰ : ۳۰ : ۵۰
حاصل میشود
$$۳۰ = \sqrt{۹۰۰} = \sqrt{۵ \times ۱۸۰}$$
اغلب تناسب هندسی اتصالی فوق را باینصورت مینویسند
÷÷ ۱۸۰ : ۳۰ : ۵



وآنرا تصاعد عددی گویند

هرگاه جمل یک تناسب عددی را در عددی ضرب کنیم تناسب عددی دیگر حاصل خواهد شد

مثلا از تناسب

۶ . ۱۱ : ۲ . ۷

حاصل میشود

۶×۸ . ۱۱×۸ : ۲×۸ . ۷×۸

یا ۴۸ . ۸۸ : ۱۶ . ۵۶

وآنرا تصاعد هندسی گویند

هرگاه جمل یک تناسب هندسی را بقوه برسانیم تناسب هندسی دیگر حاصل خواهد شد

مثلا از تناسب

۲ : ۱۴ :: ۳ : ۲۱

حاصل میشود

$2^3 : 14^3 :: 3^3 : 21^3$

یا ۸ : ۲۷۴۴ :: ۲۷ : ۹۲۶۱

خواص مخصوصه تناسب هندسی

۲۰۶ — در تناسب هندسی میتوان مجموع یا تفاضل مقدم و تالی را در دو نسبت بجای مقدم یا تالی قرار داد

مثلا از تناسب

۲ : ۶ :: ۳ : ۹



نتیجه میشود

۲ : ۲ + ۱۴ :: ۳ : ۳ + ۲۱

یا ۲ : ۱۶ :: ۳ : ۲۴

واینعمل را **ترکیب نسبت** گویند

و ۲ : ۱۴ - ۲ :: ۳ : ۲۱ - ۳

یا ۲ : ۱۲ :: ۳ : ۱۸

واینعمل را **تفصیل نسبت** نامند

۲۵۷ —— از روی این خاصیت میتوان تغییرات علی بدله در تناسب هندسی داد باینکه ترکیب و تفصیل نسبت را در هفت تناسب هندسی مذکور فوق جاری نمایند

فصل پنجم

در کمیاتی که بر نسبت مستقیم یا بر نسبت معکوس تغییر می پذیرند



۲۵۸ ——— حدّ دو عدد را عکس یکدیگر گویند در صورتیکه حاصل ضرب آنها مساوی واحد باشد

مثلا دو عدد ۷ و $\frac{۱}{۷}$ عکس یکدیگرند چرا که حاصل ضرب آنها مساوی $\frac{۷}{۷}$ است یعنی واحد و همچنین $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۴}{۳}$ نیز عکس یکدیگرند چه حاصل ضرب آنها $\frac{۱۲}{۱۲}$ = ۱ است

هر دو کسر که عکس یکدیگر باشند و آنها را غیر ممکن التحویل نمائیم لابد صورت هر یک از آنها مساوی مخرج دیگری است

مثلا دو کسر $\frac{۶}{۸}$ و $\frac{۱۲}{۹}$ عکس یکدیگرند چرا که حاصل ضرب آنها مساوی است با $\frac{۷۲}{۷۲}$ و چون آن دو کسر را غیر ممکن التحویل نمائیم دو کسر $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۴}{۳}$ بدست می‌آید که صورت هر یک مساوی مخرج دیگری است

دو نسبت را نیز عکس یکدیگر گوئیم در صورتیکه حاصل ضرب آنها مساوی واحد باشد

۲۵۹ ——— هرگاه دو کمیت با هم بطوری تغییر پذیرند که نسبت هر دو مقدار از کمیت اول مساوی باشد با نسبت دو مقدار نظیر آنها از کمیت ثانی در این صورت گوئیم دو کمیت مفروضه متناسبند و نسبت آنها مستقیم است یا آنکه دو کمیت مفروضه بنسبت مستقیم تغییر می‌پذیرند

مثلا عده عمله جاتی که بجهة اتمام کاری لازم است متناسب است با مقدار حرب آنها



ونسبت مستقیم است چنانچه اگر ۷ نفر عمله ۴ قران اجرت داشته باشند

۱۴ نفر ۸ قران اجرت خواهند داشت و $\frac{4}{8}=\frac{7}{14}$

ونیز عدد ذرعهای هر پارچه متناسب است با قیمت آن و نسبت مستقیم است چنانچه اگر ۷

ذرع پارچه ۴ قران قیمت داشته باشد ۱۴ ذرع آن ۸ قران قیمت خواهد داشت و $\frac{4}{8}=\frac{7}{14}$

۲۱۵ — هرگاه دو کمیت با هم بطریقی تغییر پذیرند که نسبت هر دو مقدار از

کمیت اول عکس نسبت دو مقدار نظیر آنها باشد از کمیت ثانی در اینصورت

گوئیم دو کمیت مفروض متناسبند و نسبت آنها معکوس است یا اینکه دو کمیت

مفروضه بر نسبت معکوس تغییر می یابند

مثلا عده عمله جائیکه بجهت اتمام کاری لازم است متناسب است با مدت

آن کار و نسبت معکوس است چنانچه اگر ۷ نفر عمله در مدت ۴ ساعت کاری را

باتمام رسانند ۱۴ نفر در دو ساعت بانجام خواهند رسانید و

$$\frac{7}{14}\times\frac{4}{2}=\frac{28}{28}=1$$

۲۱۱ — میتوان کمیات متناسبه را که بر نسبت مستقیم یا

معکوس تغییر می پذیرند بطریقه ذیل شناخت

اولا دو کمیت متناسبه بر نسبت مستقیم تغییری می یابند در صورتیکه

پس مقدار یکی از آن کمیات بعده مراتب معین ترقی یا تنزل کند مقدار نظیر آن نیز از کمیت ثانی بهما عده مراتب ترقی یا تنزل نماید

مثلا عده عمله جات که بجهت اتمام کاری لازم است متناسب است با اتمام اجرت آنها و واضح است که چون عده عمله جات ۲ یا ۳ یا چند مرتبه ترقی یا تنزل کند اجرت تمام آنها نیز ۲ یا ۳ یا چند مرتبه ترقی یا تنزل خواهد کرد پس این دو کمیت به نسبت مستقیم تغییر می پذیرند

ثانیاً دو کمیت متناسب به نسبت معکوس تغییر می پذیرند در صورتیکه چون مقدار یکی از آن کمیات بعده مراتب معین ترقی یا تنزل کند مقدار نظیر آن نیز از کمیت ثانی بهما عده مراتب تنزل یا ترقی نماید

مثلا عده عمله جات که بجهت اتمام کاری لازم است متناسب است با مدت اتمام آن کار و واضح است که چون عده عمله جات ۲ یا ۳ یا چند مرتبه ترقی یا تنزل کند مدت اتمام آن کار ۲ یا ۳ یا چند مرتبه تنزل یا ترقی خواهد کرد پس این دو کمیت به نسبت معکوس تغییر می پذیرند

۲۱۲ — بسیار نادر است که کمیت مفروضی فقط مربوط بیک کمیت دیگر باشد بلکه اغلب هر کمیت بستگی بچندین کمیت دیگر دارد مثلا کنجایش

حوض یا منبعی بیشتر است به طول و عرض و عمق آن

پس در صورتیکه کمیت مفروضی بدینطریق بچندین کمیت دیگر بستگی داشته

باشد و آنرا با یکی از کمیات دیگر متناسب خوانند بدیهی مستتر است که

سایر کمیات را تغییر ناپذیر فرض نموده اند مثلا هنگامیکه گویند ظرفیت منبع

مفروض متناسب است با عمق آن باید دانست که طول و عرض را تغییر ناپذیر تصور نموده اند

۲۱۳ — حال شروع میکنیم بذکر مسائلیکه متعلق اند به کمیات متناسبه مستقیم

و معکوس و بطور کلی این مسائل همیشه راجع میشوند بیکی از دو مسئله ذیل

و بنابراین میتوان آنها را بر دو نوع قرار داد

اولا درصورتیکه معلوم باشد دو مقدار نظیر از دو کمیت متناسبه

مستقیم یا معکوس مقصود تعیین آن مقداری است از کمیت اول که نظیر

باشد با مقدار جدید مفروضی از کمیت ثانی.

ثانیا درصورتیکه معلوم باشند مقادیر نظیره چندین کمیت

متناسبه که نسبت مستقیم یا معکوس داشته باشند با یکی از آنها مقصود تعیین

آن مقداری است از این کمیت که نظیر باشد با یک سلسله جدیده مقادیر مفروضه سایر کمیات

مسائل نوع اول را مسائل تناسب مفرد یا اربعه متناسبه خوانند

نوع دویّم از تناسب مرکّب گویند
اربعهٔ متناسبه

۲۱۴ — مسئله (۳ — ۲۱۳ — اولاً) مشتق مسائل اربعهٔ متناسبه است

وبجهة توضیح طریقهٔ حل این نوع مسائل چند مثال ذکر میکنیم

مسئله ۱ — در صورتیکه ۱۷ ذرع ماهوت ۱۱ تومان ارزش داشته باشد

چند ذرع آن ۱۳۲ تومان ارزش خواهد داشت

طول ماهوت و قیمت آن دو کمیّت متناسبه اند و معلوم و مقدار نظیر

۱۷ ذرع و ۱۱ تومان مقصود تعیین مقدار ذرعی است که نظیر باشد

با مقدار جدید مفروض ۱۳۲ تومان

عادت براین جاری شده که هر دو مقدار نظیر دو کمیّت را در سطر افقی

بنویسند و مقدار مجهول کمیّت مفروض را بحرف x (که تلفظ کنید ایکس) نمایش دهند

تومان	ذرع
۱۱	۱۷
۱۳۲	x

اوّل باید معین نمود که دو کمیّت مفروضه نسبت مستقیم دارند یا معکوس پس گوئیم که

چون بهای پارچه ترقی نموده است عدهٔ ذرعهای آن نیز ترقی خواهد کرد بنابر این متناسب

مستقیم است و برو فق (۲۰۹) حاصل میشود

۱۳۲ : ۱۱ :: x : ۱۷

یا

$x = \frac{17 \times 132}{11} = 204$ مصر سنبل

مسئله ۲ — در صورتیکه ۲۴ نفر عمله در ۱۱ روز کاری را باتمام رسانیدند

چند نفر در ۱۳۲ روز همان کار را بانجام خواهند رسانید

۲۴ نفر	۱۱ روز
x	۱۳۲

چون عده ارقام ترقی نموده اعداد عمله تنازل خواهد نمود و بنا براین تناسب معکوس است

و برو فق (۲۱۵) حاصل میشود

$\frac{11}{132} = \frac{x}{24}$

یا

$24 \times 11 = x \times 132$

پس

$x = \frac{24 \times 11}{132} = 2$ نفر

۲۱۵ — ممکن است بحسب عنوان مسئله مجهول تغییر پذیرد در هر صورت یک طریقه حل مسئله چنانست که مذکور شد مثلاً

چند نفر در مدت معین ۱۷ ذرع پارچه خواهند بافت در صورتیکه در همان مدت ۱۲ نفر



۱۱۹ ذرع از همان پارچه را میبافند

	ذرع	نفر
	۱۲	۷
	۱۱۹	x

چون عده ذرعها (همان پارچه) زیاد شد عده نفرها نیز زیاد خواهد شد و تناسب مستقیم است پس

۱۱۹ : ۱۲ :: ۷ : x

یا

$x = \frac{۱۱۹ \times ۷}{۱۲} = ۶۹\frac{۵}{۱۲}$ نفر

تناسب مرکب

۲۱۴ — مسئله (۲۱۳ — ثانیاً) موسوم بمسائل تناسب مرکب است

و بجهة توضیح طریقه حل این مسائل چند مثال ذکر میکنیم

مسئله ۳ — درصورتیکه ۲۴ نفر نساج در مدت ۸ روز ۳۶۰۰ ذرع

پارچه میبافند که ۲/۱ عرض داشته باشد ۱۵ نفر در چند روز ۲۴۰۰ ذرع پارچه

خواهند بافت که ۵/۱ عرض داشته باشد

	عرض	طول	روز	نفر
سطر معلوم	۲/۱	۳۶۰۰	۸	۲۴
سطر مجهول	۵/۱	۲۴۰۰	x	۱۵

ستون اول را با ستون مجهول میسنجیم و سایر کمیات یعنی طول و عرض را تغییر

ناپذیر فرض میکنیم یعنی بجای ۲۴۰۰ و ۵/۱ را مقادیر ۳۶۰۰ و ۲/۱ را

تصور مینمائیم و تناسب مرکب راجع میشود باین تناسب مفرد

تناسب مرکّب

در صورتیکه ۲۴ نفر در ۸ روز کاری را بانجام رسانند ۱۵ نفر در چند روز همان کار را باتمام خواهند رسانید

نفر	روز
۲۴	۸
۱۵	x

تناسب معکوس است و حاصل میشود

$$\frac{۲۴}{۱۵} \times \frac{۸}{x} = ۱$$

$$۲۴ \times ۸ = ۱۵ \times x$$

$$x = \frac{۲۴ \times ۸}{۱۵} \text{ روز}$$

پس معلوم میشود که ۱۵ نفر در $\frac{۲۴ \times ۸}{۱۵}$ روز ۳۰۰ ذرع پارچه خواهند بافت که ۲ ذرع عرض داشته باشد حال شق سیم را با شق مجهول می سنجیم و عرض را تغییر ناپذیر فرض میکنیم یعنی بجای ۵ ذرع عرض ۲ ذرع را تصور میکنیم و مسئله راجع میشود باین تناسب مفرد

در صورتیکه عدهٔ عمله جات معین در $\frac{۲۴ \times ۸}{۱۵}$ روز ۳۰۰ ذرع پارچه ببافند در چند روز ۲۴۰۰ ذرع خواهند بافت

روز	ذرع
$\frac{۲۴ \times ۸}{۱۵}$	۳۰۰
x	۲۴۰۰

تناسب مستقیم است و حاصل میشود

$$\frac{24 \times 8}{15} : x :: 3600 : 2400$$

$$x = \frac{24 \times 8 \times 2400}{15 \times 3600}$$

پس معلوم میشود که ۱۵ نفر در $\frac{24 \times 8 \times 2400}{15 \times 3600}$

روزه ۲۲۶۰۰ ذرع پارچه خواهند بافت که ۱٫۲ را عرض داشته باشد

حال شق چهارم را با شق مجهول می سنجیم و مسئله راجع میشود باین

تناسب مفرد

در صورتیکه عدهٔ عمله جات معین بود $\frac{24 \times 8 \times 2400}{15 \times 3600}$ روز پارچه بعرض ۱٫۲ را

ببافند در چند روز همان فعله پارچه بعرض ۱٫۵ را خواهند بافت

$$\frac{24 \times 8 \times 2400}{15 \times 3600} \qquad 1,2$$

$$x \qquad 1,5$$

تناسب مستقیم است و حاصل میشود

$$\frac{24 \times 8 \times 2400}{15 \times 3600} : x :: 1,2 : 1,5$$

پس

$$x = \frac{24 \times 8 \times 2400 \times 1,5}{15 \times 3600 \times 1,2} \quad (1)$$

جواب مسئله تناسب مرکبه همین است و پس از اجرای اعمال مقدار مجهول

بدست می آید لیکن اغلب اوّل آنرا مختصر میکنند باینکه عوامل مشترکه صورت و مخرج را محو مینمایند

$$x = \frac{۳ \times ۸ \times ۸ \times ۳ \times ۸ \times ۳ \times ۵}{۳ \times ۵ \times ۴ \times ۹ \times ۳ \times ۴}$$

یا

$$x \frac{۴ \times ۸}{۳} = \frac{۳۲}{۳} = {}^{\text{روز}}۱۰ \; {}^{\text{ساعت}}۱۶$$

۲۱۷م —— معلوم شد که همیشه حل مسائل تناسب مرکّب راجع میشود بحل چندین تناسب مفرد و میتوان از روی جواب (۱) قاعدهٔ کلی بدست آورد بجهت این فقره اوّل آنرا بصورت ذیل مینویسیم

$$x = ۸ \times \frac{۲۴}{۱۵} \times \frac{۲۴۰۰}{۳۶۰۰} \times \frac{۱/۵}{۱/۲}$$

و قاعدهٔ کلی ذیل نتیجه میشود

قاعده —— در تناسب مرکّب مقدار مجهول x بدست می آید صورتیکه مقدار معلوم هم جنس x را و نسبت مقادیر یا نقل هم باد رعکس نسبت آنها ضرب کنیم موافق آنکه آن کمیات نسبت مستقیم یا معکوس داشته باشند با کمیت هم جنس مجهول

مسئله ۴ —— ۱۷ نفر در مدت ۱۵ روز اگر روزی ۴ ساعت کار کنند خندقی حفر مینمایند که ۱۸۰ ذرع طول و ۶ ذرع عرض و



۲/۵ عمق داشته باشد پس ۵۱ نفر در ۱۸ روز اگر روزی ۲ ساعت کار کنند چند ذرع خندق حفر خواهند کرد که ۳/۵ ذرع عرض و ۲ ذرع عمق داشته باشد

نفر	روز	ساعت	طول	عرض	عمق
۱۷	۱۵	۴	۱۸۰	۶	۲/۵
۵۱	۱۸	۲	x	۳/۵	۲

اولاً طول خندق را با سایر کمیات می‌سنجیم و معین میکنیم که نسبت آنها با آن مستقیم است یا معکوس دانستیم معلوم میشود که نسبت آن با عرض و عمق معکوس و با ساعت و روز و نفر مستقیم است این بر وفق قاعدهٔ کلی فوق حاصل میشود

$$x = ۱۸۰ \times \frac{۵۱}{۱۷} \times \frac{۱۸}{۱۵} \times \frac{۲}{۴} \times \frac{۶}{۳/۵} \times \frac{۲/۵}{۲}$$

پس از اختصار و اجرای اعمال مقدار مجهول بدست می‌آید

در قاعدهٔ تحویل بواحد

۲۱۸ ـــ اغلب بجهت حل مسائل تناسب مفرد و مرکب قاعده بکار میبرند که معروف است بقاعدهٔ تحویل بواحد و آن عبارت از اینست که در اربعهٔ متناسبه آن مقداری از کمیت هم جنس مجهول را معین میکند که نظیر باشد مقدار واحدی از کمیت دیگر معلوم و در تناسب مرکب آن مقداری از کمیت هم جنس مجهول را

که نظیر باشد با مقادیر دیگر از سایر کمیات تماماً معادل یک و ما بجهة توضیح دو مسائل ذکر میکنیم

مسئله ۵ — در صورتیکه ۱۷ ذرع ماهوت ۱۱ تومان ارزش داشته باشد چند ذرع آن ۱۳۲ تومان ارزش خواهد داشت

حال بجهة حل این مسئله بر وفق قاعده تحویل بواحد چنین گوئیم

در صورتیکه ۱۱ تومان قیمت ۱۷ ذرع ماهوت باشد

پس ۱ قیمت $\frac{۱۷}{۱۱}$ خواهد بود

و بنابراین ۱۳۲ قیمت $\frac{۱۷}{۱۱}$ × ۱۳۲ خواهد بود

جواب مسئله $\frac{۱۳۲ × ۱۷}{۱۱}$ است و این مطابق آن است که در نمره (۲۰۴) بدست آورده بودیم

مسئله ۶ — در صورتیکه ۲۴ نفر نساج در مدت ۱۰ روز ۳۴۰۰ ذرع پارچه که ۲ را عرض داشته باشد بافته‌اند ۱۵ نفر در چند روز ۲۴۰۰ ذرع از همان پارچه خواهند بافت که ۵ را ذرع عرض داشته باشد

بجهة حل این مسئله چنین گوئیم

در صورتیکه ۲۴ نفر در مدت ۱۰ روز کار پارچه تمام سانند



پس ۱ نفر در مدت ۸×۲۴ روز همان کار را بانجام خواهد رسانید

و در صورتیکه ۳۶۰۰ ذرع پارچه را در ۸×۲۴ نفر ببافند

پس ۱ ذرع پارچه را در $\frac{۸\times۲۴}{۳۶۰۰}$ روز خواهند بافت

و در صورتیکه ۱٫۲ ذرع عرض پارچه باشد $\frac{۸\times۲۴}{۳۶۰۰}$ روز بجهت نسج آن لازم باشد

پس اگر ۱ ذرع عرض پارچه باشد $\frac{۸\times۲۴}{۳۶۰۰\times۱٫۲}$ روز بجهت نسج آن لازم خواهد بود

حال معلوم شد که یک نفر عمله در $\frac{۸\times۲۴}{۳۶۰۰\times۱٫۲}$ روز یک ذرع

پارچه خواهد بافت که یک ذرع عرض داشته باشد یعنی عمل

نمودیم آنچه را در کمیت هم جنس مجهول را که نظر است با مقادیر

از سایر کمیات تا معادل یک و حال بجهت اتمام مسئله گوئیم

چون بجهت یک نفر عمله $\frac{۸\times۲۴}{۳۶۰۰\times۱٫۲}$ روز لازم است پس مدتی

که بجهت ۱۵ لازم میشود $\frac{۸\times۲۴}{۳۶۰۰\times۱٫۲\times۱۵}$ روز

خواهد بود و مدتی که بجهت نسج ۲۴۰۰ ذرع لازم است

$$\frac{۲۴\times۸\times۲۴۰۰\times۱٫۵}{۳۶۰۰\times۱٫۲\times۱۵}$$

و بالاخره مدتی که بجهت نسج ۲۴۰۰ ذرع پارچه ۱٫۵ را عرض لازم است

$\frac{۲۴\times۸\times۲۴۰۰\times۱٫۵}{۳۶۰۰\times۱٫۲\times۱۵}$ خواهد بود و این

مطابق است با آنچه در نمرهٔ (۲۰۶) بدست آورده بودیم

۲۱۹ —— قاعدهٔ تحویل بواحد را میتوان با کمال فایده
در حل مسائلی بکار برد که بلا واسطه باعانت تناسبات حل
نمیشوند و ما بجهة مثال چند مسئله حل میکنیم

مسئلهٔ ۷ —— حوضی صاحب سه فواره است که
اولی به تنهائی تمام حوض را در ۲ ساعت پر میکند و دومی
در ۳ ساعت و سیمی در ۵ ساعت پس اگر سه فواره باهم
جاری کردند در چند ساعت حوض را ممتلی خواهند
نمود

بجهة حل اینمسئله چنین گوئیم
چون فواره اول به تنهائی حوض را در ۲ ساعت پر میکند
پس در یک ساعت $\frac{1}{2}$ حوض را پر خواهد کرد
وچون فواره دویم به تنهائی حوض را در ۳ ساعت پر میکند
پس در یک ساعت $\frac{1}{3}$ حوض را پر خواهد کرد
وچون فواره سیم به تنهائی حوض را در ۵ ساعت پر میکند



پس در یک ساعت $\frac{1}{5}$ حوض را پر خواهند نمود پس اگر سه فواره با هم جاری کردند در یک ساعت $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ حوض را پر خواهند نمود

و چون

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{15+10+6}{30}=\frac{31}{30}$$

پس معلوم شد که سه فواره در یک ساعت $\frac{31}{30}$ حوض را پر خواهند کرد

اکنون مسئله راجع میشود به تناسب مفرد که میتوان آنرا خواه باعانت قاعده (۲۱۴) و خواه بر وفق قاعدهٔ تحویل بواحد حل نمود

در صورتیکه سه فواره در یک ساعت $\frac{31}{30}$ حوض را پر کند در چند ساعت تمام حوض یعنی $\frac{30}{30}$ حوض را پر خواهند نمود

$$1:\frac{31}{30}::x:\frac{30}{30}$$

و

$x=\frac{30}{31}=58$ دقیقه ۳٫۸ ثانیه



۲۲۵ — ممکن است که در اینگونه مسائل مجرائی بجهة حوض فرض کنند که جزئی از آب فوّاره ها پس از ریختن در حوض از آن مجری خارج شود مثلا مسئله را بدینطریق عنوان کنند

مسئله — حوض صاحب سه فوّاره است که اوّلی حوض را در ۷ ساعت پر میکند و دوّمی در ۳ ساعت و سیّمی در ۵ ساعت و علاوه بر آن مجرائی دارد که حوض را در ۴ ساعت خالی میکند پس اگر سه فوّاره و مجری هر چهار باز باشند حوض در چند ساعت پر خواهد گشت

طریقهٔ حلّ اینمسئله همانست که بجهة مسئله ۷ ذکر شد واختلاف در اینست که کسر $\frac{1}{4}$ حوض یعنی مقدار آبیرا که در یک ساعت از مجری خارج میشود از مجموع کسور $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7}$ نقصان نمود

$\frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = \frac{179}{420}$ حوض



وبقیهٔ راه حل همان است که بجهت مسئله ۷ ذکر شد

فصل ششم

مسائل

مرابحه

۱۰۲ — **نرخ** هر مبلغ منفعتی است که شخص وام دهنده آن بجهت خویش قرار میدهد و نرخ متناسب است با مبلغ قرض که **سرمایه** گویند و علاوه بر آن بستگی دارد هم با مدتی که سرمایه در مرابحه بوده و هم با **نرخ** مرابحه

در ایران نرخ مرابحه منفعت یک تومان است در مدت یک ماه **مثلا** میگوئیم فلان مبلغ از قرار تومانی سه شاهی بمنفعت داده شده است

در فرنگستان اغلب نرخ مرابحه منفعت صد قران است در یک سال **مثلا** میگوئیم فلان مبلغ از قرار



صد سرو نیم مرابحه داده شده و نرخ صد سرو نیم مرابحه را

باینصورت

۳٫۵ ٪

مینمائیم

۲۲۴ — مرابحه مفرد یا بسیط گویند در صورتیکه متناسب باشد با مدتی که سرمایه در مرابحه بوده است مسائل مختلفه مرابحه بسیط از جنس تناسب‌اند و میتوان بر وفق قواعد فصل سابق آنها را حل نمود

اول مشغول میشویم بتعیین مرابحه مبلغی که بر نرخ معین در زمان مفروضی مرابحه داده شده باشد

مسئله ۱ — تعیین کنید منفعت ۲۴۰ قران را در ۷ ماه از قرار نرخ ۴ ٪ صورت مسئله را میتوان بدینطریق ترتیب داد

در صورتیکه ۱۰۰ قران در ۱۲ ماه ۴ قران منفعت میکند ۲۴۰ قران در ۷ ماه چه منفعت

خواهد نمود

قران	ماه	قران
۴	۱۲	۱۰۰
x	۷	۲۳۴۰

$$x = ۴ \times \frac{۲۳۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۷}{۱۲}$$

$$x = ۵۴٫۶۰ \text{ قران}$$

میتوان همین مسئله را باعانت قاعده تحویل بواحد حل نمود از اینقرار

اولاً چون ۱۰۰ قران در مدت ۱۲ ماه ۴ قران منفعت میکند

پس ۱ قران در مدت ۱۲ ماه $\frac{۴}{۱۰۰}$ قران منفعت خواهد کرد

وبنابراین ۲۳۴۰ قران در مدت ۱۲ ماه $\frac{۲۳۴۰ \times ۴}{۱۰۰}$ قران منفعت خواهد نمود

ثانیاً چون ۲۳۴۰ قران در مدت ۱۲ ماه $۴ \times \frac{۲۳۴۰}{۱۰۰}$ قران منفعت میکند

پس ۲۳۴۰ قران در مدت ۱ ماه $۴ \times \frac{۲۳۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۱۲}$ قران منفعت خواهد کرد



وبنابراین ۲۳۴۰ قران در مدت ۷ ماه $\frac{۱}{۱۲} \times \frac{۲۳۴۶۰}{۱۰۰} \times ۴۶$

قران منفعت خواهد نمود

۲۲۳ — در مسئله مرابحه چهار مقدار مداخل دارد ربح و نرخ و سرمایه و مدت پس میتوان بر حسب اینکه یکی از این چهار مقدار مجهول باشد و سه مقدار دیگر معلوم چهار مسئله در مرابحه عنوان نمود و اولین آنها تعیین ربح است در صورتیکه نرخ و سرمایه و مدت معلوم باشند این مسئله را در نمره سابق حل نمودیم و سه مسئله دیگر را محض مثال حل میکنیم

مسئله ۲ — مبلغ ۳۷۵۰ قران در ۲ سال و ۶ ماه ۷۱۹٫۲۵ قران منفعت کرده است تعیین کنید نرخ مرابحه را.

قران	ماه	قران
۱۰۰	۱۲	x
۳۷۵۰	۳۰	۷۱۹٫۲۵

$$x = ۷۱۹٫۲۵ \times \frac{۱۰۰}{۳۷۵۰} \times \frac{۱۲}{۳۰}$$

$$x = ۷٫۶۷۲$$

مسئله ۳ — چه قدر سرمایه در ۲ سال و ۳ ماه



از قرار نرخ ۶٪ مبلغ ۱۳۱۲٫۶۵ قران منفعت خواهد نمود

قران	ماه	قران
۱۰۰	۱۲	
x	۲۷	۱۳۱۲٫۶۵

$$x = \frac{۱۲}{۲۷} \times ۱۳۱۲٫۶۵$$

$$x = ۹۷۲۳٫۳۳$$

مسئله ۶ — مبلغ ۴۸۰۰۰ قران

۱۰۳۲۰۰ قران از قرار نرخ ۶٪ منفعت نمود

تعیین کنید مدت مرابحه را

قران	سال	قران
۱۰۰		
۴۸۰۰۰	x	۱۰۳۲۰۰

$$x = \frac{۱۰۰}{۴۸۰۰۰} \times \frac{۱۰۳۲۰۰}{۶}$$

x = ۳ سال ۷ ماه

۲۲۳ — بعضی مسائل مرابحه بلاواسطه بر تناسبات راجع نمی‌شوند ولیکن می‌توان بسهولت آنها را بدون این قواعد حل نمود و ما محض مثال مسئله از این قبیل ذکر میکنیم

مسئله ۶ – چه قدر سرمایه از قرار نرخ ۵٪ مرابحه بدهیم تا پس از ۳ سال و ۹ ماه سرمایه و منفعت مجموعاً ۴۸۰۰ قران شود

اول معین میکنیم منفعت ۱۰۰ قران را در ۳ سال و نه ماه از قرار نرخ ۵٪ و بنا بر (۲۲۲) ربح مطلوب

$5 \times \left(3 + \frac{9}{12}\right) =$ ۱۸ر۷۵ قران

خواهد بود

بنابراین در مدت ۳ سال و نه ماه مبلغ ۱۰۰ قران با اضافه منفعت ۱۱۸ر۷۵ قران میشود و اکنون میتوان مسئله را به تناسب مفرد راجع نمود از این قرار

در صورتیکه ۱۰۰ قران سرمایه از قرار نرخ معین باید مرابحه داد تا بعد از مدت معین مجموع سرمایه و منفعت ۱۱۸ر۷۵ قران شود چه قدر سرمایه از قرار همان نرخ و در همان مدت مرابحه دهیم که مجموع سرمایه و منفعت ۴۸۰۰ قران گردد

۱۱۸ر۷۵ قران	۱۰۰ قران
۴۸۰۰	x

$x = \frac{4800}{118.75} \times 100$

$x =$ ۴۰۴۲ر۱۰۵ قران



۲۲۵ — در صورتیکه موافق رسم ایران نرخ را ضعف اتومان قرار دهند در مدت اشاره حل مسئله را بجز همانست که مذکور شد بلکه استعمال قاعدهٔ تحویل بواحد راه حل را آسانتر مینماید

تنزیل تجارتی

۲۲۶ — هرگاه قبل از انقضا موعد ادای مبلغی شخص طلبکار مطالبه آنرا نماید شخص مدیون مبلغی بر اسم **تنزیل** کم مینماید و بقیه را بشخص طلبکار میدهد

اغلب در اعمال تجارتی تنزیلی که کسر میکنند ربح مبلغ مذکور است در مدتی که بموعد مانده و از قرار نرخی که **نرخ تنزیل** گویند

پس مسئله تنزیل بعینه ربح بسیط است منتها اینست که در مسئله تنزیل مدت قبل از موعد قلیل است و ما بجهت مثال یک مسئله حل میکنیم

مسئله ۱ — ۲۱ روز قبل از موعد مطالبه ۷۵۰ تومان طلب از صرافی نموده ایم و نرخ تنزیل از قرار تومانی پنجشاهی است چه قدر تنزیل کسر خواهد کرد



تنزیل مطلوب بیح ۷۵۰ تومان است در ۲۱ روز از قرار نرخ

تومانی ۵ شاهی

شاهی ۵	روز ۳۰	تومان ۱
x	۲۱	۷۵۰

$$x = ۵ \times ۷۵۰ \times \frac{۲۱}{۳۰}$$

$$x = ۱۳/۱۲۵۰ \text{ تومان}$$

مقدار تنزیل ۱۲۵۰ ر ۱۳ تومان است و بنابراین مبلغی که

عاید ما میشود ۸۷۵۰ ر ۷۳۶ تومان خواهد بود

تقسیم بر نسبت — قاعدهٔ مشارکت

۲۲۷ — تقسیم نمودن عددی بر نسبت چند عدد دیگر

عبارتست از تقسیم عدد مفروض باجزائی که متناسب

باشند با آن اعداد

مثلا تقسیم نمودن ۲۵۵ بر نسبت اعداد ۳ و ۵

و ۷ عبارتست از تقسیم نمودن ۲۵۵ به ۳ جزء

بطریقیکه



جزء اول : ۳ : جزء دوم : ۵ : جزء سیم : ۷

قاعده — بجهت تقسیم عددی بر نسبت چند عدد دیگر قاعده آنست که عدد مفروض را متوالی ضرب نمود در نسبت هریک از آن اعداد بحاصل جمع آنها

مثلا حاصل جمع سه عدد ۳ و ۵ و ۷ را معین میکنیم و آن ۱۵ است پس عدد مفروض ۲۵۵ را در هریک از سه نسبت ۳/۱۵ و ۵/۱۵ و ۷/۱۵ ضرب مینمائیم تا سه مقدار ذیل بدست آیند

۲۵۵ × ۷/۱۵ ۲۵۵ × ۵/۱۵ ۲۵۵ × ۳/۱۵

یا ۱۱۹ ۸۵ ۵۱

پس سه قسمت عدد مفروض ۲۵۵ بترتیب ۵۱ و ۸۵ و ۱۱۹ است

تحقیق — مجموع اسهام باید معادل ۲۵۵ و نسبت هریک از آنها بعدد نظیر خود ثابت باشد

۵۱ + ۸۵ + ۱۱۹ = ۲۵۵

و ۱۱۹/۷ = ۸۵/۵ = ۵۱/۳

۲۲۸ — در صورتیکه اعداد صحاح و کسور مخلوط باشند و عددی را خواهیم بر نسبت آنها تقسیم کنیم اول تمام آنها را بیک مخرج



تحویل میکنیم و پس از آن عدد مفروض را به نسبت صورتها تقسیم مینمائیم

مثلا فرض میکنیم که مقصود تقسیم عدد مفروض باشد

به نسبت اعداد ۳ و ۵ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۵}{۶}$ و ۱/۷

اوّل تمام این اعداد را بیک مخرج تحویل میکنیم

۳	۵	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۵}{۶}$	۱/۷
$\frac{۱۸}{۶}$	$\frac{۳۰}{۶}$	$\frac{۳}{۶}$	$\frac{۵}{۶}$	$\frac{۱۰/۲}{۶}$

حال عدد مفروض را بر وفق نمره فوق به نسبت اعداد

۱۸ و ۳۰ و ۳ و ۵ و ۱۰/۲ تقسیم میکنیم

۲۲۹ — مسئله شراکت راجع میشود به تقسیم بنسبت چنانچه اگر چند نفر تاجر با یکدیگر شراکت کرده باشند تقسیم منفعت ما بین آنها به نسبت سرمایه ها خواهد بود و بنابراین تقسیم منافع بر وفق قاعدهٔ نمره های سابق سهل است

اغلب اتفاق می افتد که حقوق شرکا بستگی نه تنها بسرمایه های آنها دارد بلکه با مدّتی که سرمایهٔ هریك در تجارت بوده نیز رابطه دارد در اینصورت قرار براین داده شده است



که سهم هر یک را با حاصل ضرب سرمایه در مدت تجارت متناسب گیرند و بنا بر این در اینحالت سرمایهٔ هر یک را در مدت نظر خود ضرب میکنیم و منفعت را بنسبت آن حواصل ضرب تقسیم میکنیم و ما بجهت مثال دو مسئله ذکر مینمائیم

مسئله ۷ — سه نفر تاجر عقد شراکت بستند سرمایهٔ اولی ۱۰۰۰ تومان و سرمایهٔ دومی ۱۵۰۰ و سرمایهٔ سیمی ۲۰۰۰ تومان بود و پس از مدتی تجارت ۷۷۰۰ تومان منفعت بردند حال مقصود تعیین سهم هر یک از آنها است بجهت حل این مسئله کافی است ۷۷۰۰ تومانرا بنسبت سرمایه‌ها قسمت کنیم و بنا بر قاعدهٔ (۲۲۷) سه سهم مطلوب از اینقرارند

$\frac{۱۲}{۳۵} \times ۷۷۰۰$ $\frac{۱۵}{۳۵} \times ۷۷۰۰$ $\frac{۸}{۳۵} \times ۷۷۰۰$

یا ۲۶۴۰   ۳۳۰۰   ۱۷۶۰

مسئله ۸ — سه نفر تاجر عقد شراکت بستند سرمایهٔ اولی ۱۰۰۰ تومان بود و ۶ سال در تجارت ماند



اختلاط

سرمایهٔ دومی ۱۵۰۰۰ تومان بود و ۳ سال در تجارت ماند سرمایهٔ سیمی ۱۲۰۰۰ تومان بود و یک سال در تجارت ماند و ۲۶۰۰ تومان منفعت بردند حال مقصود تعیین سهم هر یک از آنها است حاصل ضرب سرمایه‌ها در مدتهای نظیر خود از این قرارند

۲×۸۰۰۰ ۳×۱۵۰۰۰ ۱×۱۲۰۰۰

یا ۱۲۰۰۰ ۴۵۰۰۰ ۳۲۰۰۰

حال منفعت ۲۶۰۰ تومان را ۰ این سه حاصل ضرب تقسیم میکنیم تا سهم هر یک بدست آید

$$۲۶۰۰ \times \frac{۱۲}{۸۹} \quad ۲۶۰۰ \times \frac{۴۵}{۸۹} \quad ۲۶۰۰ \times \frac{۳۲}{۸۹}$$

اختلاط و امتزاج

۲۳۵ — مسئله ۹ — هرگاه دو شمش نقره را که یکی بر عیار ۹۵ و بوزن ۵ من و دیگری بر عیار ۷۸ و بوزن ۲ من باشند با یکدیگر مخلوط و ممزوج نمائیم عیار شمش مخلوطی چه قدر خواهد بود



عیار هر شمش نقره یا طلا مقدار نقره یا طلای خالصی است که در یک واحد وزن از آن شمش موجود است

چون عیار شمش اول ۰٫۹۵ است یعنی در هر من آن ۰٫۹۵ نقره خالص موجود است پس در ۶ من آن ۶×۰٫۹۵ نقرهٔ خالص موجود خواهد بود

و چون عیار شمش ثانی ۰٫۷۸ است یعنی در هر من آن ۰٫۷۸ نقرهٔ خالص موجود است پس در ۲ من آن ۲×۰٫۷۸ نقرهٔ خالص موجود خواهد بود.

و بنابراین مقدار نقرهٔ خالصی که در شمش مخلوطی موجود است

$$6 \times 0{,}95 + 2 \times 0{,}78$$

خواهد بود و چون وزن شمش مخلوطی ۲+۶ من است پس عیار آن

$$\underline{6 \times 0{,}95 + 2 \times 0{,}78} = 0{,}9075$$

خواهد بود

پس بجهت تعیین عیار شمش مخلوطی باید وزن هر شمش را در عیار آن ضرب نمود و مجموع آن حاصل ضربها را بر مجموع

اوزان تقسیم کرد

مسئله ۱۰ — دو شمش نقره یکی بر عیار ۸۸۵ ره
ودیگری بعیار ۹۵۰ ره موجود است بچه نسبت از این
دو شمش ترکیب کنیم تا عیار شمش مخلوطی ۹۰۰ ره باشد
شرط امکان اینمسئله آنست که عیار شمش مخلوط واقع باشد
مابین دو عیار مفروض

طریقهٔ حل این مسئله از اینقرار است
چون عیار شمس اول ۸۸۵ ره است و عیار شمش مطلوب
باید ۹۰۰ ره باشد پس هر یک من از شمس اول ۱۵ ره
نقره کمتر موجود است و در هر یک من از شمش دویم که
عیار آن ۹۵۰ ره است ۵۰ ره نقره بیشتر موجود است پس
بجهت تکافی باید ۵۰ ره من از شمس اول برداشت و
۱۵ ره من از شمش ثانی



بطوریکه آنچه از شمش اول و دویم بر میدارند متناسب
باشند با دو عدد ۵۰ ره و ۱۵ ره

کتاب علمی است

[illegible]

آقای میرزا [illegible]

آقای علی محمد

حکمت [illegible]



